Nr. 04. 2006 Årsabonnement kr 450,-

SPESIALPEDAGOGIKK

TEMA: Matematikk~~vansker~~ *mestring*

av ARNE ØSTLI

Matematikk takk – for alle!

Det er temmelig nøyaktig fire år siden forrige temanummer om matematikkvansker. I årene som er gått har det vært sterk vekst interessen for hvorfor så mange ikke lykkes i matematikk. Det kommer til uttrykk på flere måter, bl.a. i form av flere mastergradsoppgaver og doktorgradsarbeider. For vår del ser vi at flere ønsker å få publisert artikler om matematikkvansker. Behovet for folk som behersker realfag og skuffende resultater i internasjonale undersøkelser har bidratt til større interesse blant folk flest.

I dette nummeret av bladet vil en se at det nå er mange forskere og praktikere som arbeider både teoretisk og praktisk for å få mer kunnskap om hva som hindrer god innlæring i matematikk, eller sagt på en annen måte: *Hva er vesentlige faktorer i undervisning som bidrar til mestring?* Det er dette spørsmålet som er den røde tråden i dette nummeret, og dermed er «*Temanummer om matematikkmestring*» en mer dekkende betegnelse enn det som var arbeidstittel innledningsvis, jf. forsiden.

Dette temanummeret er blitt til gjennom et samarbeid med Sørlandet kompetansesenter og deres «Forum for matematikkmestring». Olav Lunde i Forumet har vært medredaktør. Han har kontaktet forfattere, gitt råd og sikret den faglige kvaliteten i artiklene. Lunde har dessuten skrevet den innledende artikkelen hvor nyere forståelse av lærevanskebegrepet blir presentert. Denne tenkningen innebærer bl.a. en didaktisk orientert tilnærming. Dette er vektlagt under utformingen av dette temanummeret. Lundes artikkel inneholder også en kortfattet presentasjon av de øvrige bidragene. For å få godt utbytte av det samlede innholdet er det nødvendig å starte med Lundes innledningsartikkel, og selv om artiklene henter sitt innhold fra ulike trinn i utdanningsløpet, vil det være elementer i alle artiklene som kan gi idéer og bidra til refleksjon uavhengig av hvor en har sitt interesseområde.

Det er gledelig at det har kommet i gang nordisk samarbeid på dette området: «Nordic Research Network on Special Needs Education in Mathematics». Samarbeidet er blitt til gjennom et norsk initiativ, og flere sentrale personer i nettverket har bidratt med artikler i dette nummeret. På denne måten har vi denne gangen fått et nordisk temanummer. Det er også gledelig at norsk forskning om matematikkvansker, og hvordan de kan forebygges, vekker internasjonal oppmerksomhet. Se intervjuet med Snorre Ostad! Det var han som dro i gang arbeidet med matematikkvansker her i landet.

Spesialpedagogikk vil følge opp temanummeret med artikler i de ordinære utgavene. Arbeidet med matematikkvansker og matematikkmestring er godt i gang. Det skal bli spennende å se hvor lang tid det tar før vi kan se resultater i form av *mer matematikkglede og bedre resultater i faget* hos dem det gjelder – først hos lærerne og så elevene.

Arne Østli

arne.ostli@spesialpedagogikk.no

Utgiver
Utdanningsforbundet

Redaktør
Arne Østli

Markedsekretær
Aud Jansson

Design
Tank Design AS
christian@tank.no
linda@tank.no

Trykk
Allservice As, Stavanger

Spesialpedagogikk
Hausmannsgt. 17, Oslo
Postboks 9191 Grønland
0134 Oslo
Telefon 24 14 20 00
Telefaks 24 14 21 57
redaksjonen@spesialpedagogikk.no
www.spesialpedagogikk.no

Annonser
Mette Vigsnæs
Telefon 24 14 20 89
Faks 24 14 21 57
annonser@spesialpedagogikk.no

Abonnement og løssalg
Telefon 24 14 20 37
Telefaks 24 14 21 50
Abonnement kr 450,- pr år.
For medlem/studentmedlem av Utdanningsforbundet kr 300,-
Løssalg kr 75,-. I tillegg kommer porto og faktureringsgebyr. (Enkelte temanummer vil ha en høyere pris.) Ved kjøp av over 10 eks gis 15 % rabatt.

Utgivelse
10 nr pr år, månedlig, unntatt juni og juli. Siste uke hver måned.
Gj.sn. opplag 6131 eks.

Årgang 71

ISSN 0332-8457

Fra matematikkvansker til matematikkmestring

Matematikkvansker er kanskje det minst forståtte vanskebegrepet innen spesialpedagogikken. Kriteriene for å identifisere vanskene er uklare, testprosedyrene varierer mye, og det er liten enighet om hvordan tiltakene for elever med matematikkvansker bør utformes.

av OLAV LUNDE

Olav Lunde er seniorrådgiver ved Sørlandet kompetansesenter, Forum for matematikkmestring.
olav.lunde@statped.no

De siste årene har vi sett en sterkt økende interesse for matematikkvansker i Norge. Også internasjonalt ser vi hvordan lærevansker i matematikk er blitt fokusert. Journal of Learning Disabilities har hatt to temanummer om matematikkvansker de siste årene.

Lærevanskebegrepet i endring

Samtidig med dette ser vi en økende kritikk mot selve lærevanskebegrepet. Innen amerikansk faglitteratur brukes mer og mer betegnelser som «disorders» (forstyrrelser) og «difficulties» (vanskeligheter) i stedet for «disabilities» (invaliditet).

På norsk bruker vi ofte lærevansker, men tenker på og refererer til disabilities. Dette er nok en av grunnene til den forvirring vi ser rundt fenomenet matematikkvansker. Det vanlige i Norge er å bruke betegnelsen matematikkvansker (lærevansker i matematikk) og spesifikke matematikkvansker. (Johnsen, 2005) Dette siste får av og til betegnelsen dyskalkuli. Innen faglitteraturen er det vanskelig å finne noen vesentlig forskjell på de to betegnelsene.

Hvis vi bruker disse begrepene, har vi en terminologi som langt på veg samsvarer med det vi bruker på lese- og skrivevansker, spesifikke lese- og skrivevansker og dysleksi.

Men de siste årene har det kommet kraftig kritikk mot dette lærevanskebegrepet. Lyon et al. (2003) mener at det ikke er forskningsmessig grunnlag for å skille mellom generelle og spesifikke lærevansker (i betydningen learning disabilities). Både kjennetegn og tiltak vil være de samme. Da blir et slikt skille uvesentlig i pedagogisk sammenheng.

De mener at det sentrale ved vanskebegrepet er at det er noe som forstyrrer læreprosessen. De snakker om en uventet stagnasjon i en faglig utvikling, noe også Snorre Ostad gjør. (Ostad, 1999). Lyon et al. sier direkte at denne forstyrrelsen kan skyldes miljømessige forhold og hendelser i elevens livssituasjon, dårlig eller feil undervisning ut fra elevens behov og kombinasjoner med andre former for vansker. Tradisjonelt har en utelatt slike årsaksforhold ved definisjoner av lærevansker (disabilities).

Lyon et al. beskriver et alternativ til den tradisjonelle tenkingen rundt lærevanskebegrepet. Ett av hovedpunktene deres er at alle elever som ikke får til (mestrer) den grunnleggende matematikken, har behov for og krav på undervisningsmessige (spesialpedagogiske) tiltak uansett årsak til vanskene. Det er en situasjon vi formelt sett har i Norge nå.

Videre mener de at vi må tilpasse opplæringen til den enkelte elevens vanskeform basert på en kartlegging av hvordan vanskene arter seg. De sier vi må bort fra «one size fits all»-tenkingen. I Norge ser vi at råd om tiltak for elever med matematikkvansker svært ofte har en meget generell form. (Lunde, 2004b)

Mest kontroversiell er kanskje deres kritikk mot bruken av IQ-begrepet. De mener en ikke kan definere lærevansker som en forskjell mellom evner og ytelse i skolen.

Basert på en del nyere forskning hevder de at en i langt større grad må fokusere på forebygging av lærevansker og ikke betrakte slike vansker som rent individbaserte. De sier at en da vil kunne redusere lærevanskene i skolen med opptil 70 % (sic!).

Lyon et.al. hevder at hvis vi skal komme videre i arbeidet med lærevansker, må vi i langt større grad basere arbeidet på et forskningsmessig grunnlag og komme bort fra den tradisjonelle teoribaserte tenkingen vi har brukt siden Kirk lanserte begrepet i 1962.

Mye av den samme kritikken finner vi et temanummer av Journal of Learning Disabilities om lærevansker (no 2/2003). Siegel (2003) setter opp følgende hovedpunkter for kritikken:

- Diskrepansdefinisjoner basert på forskjell evner/ytelse er ikke nyttige i diagnostisk og spesialpedagogisk arbeid. I stedet anbefaler hun læringspotensial.
- Ingen indikasjoner på spesifikke mønstre ved bruk av IQ-tester hos elever med lærevansker sammenlignet med elever uten slike vansker.
- IQ er et dårlig verktøy for å gi prognose om faglig utvikling i skolen/utbytte av spesialpedagogiske tiltak. Faktisk gir foreldrenes samlede inntekt samme predikative verdi som IQ – og mye enklere å registrere…

Siegel mener at spesialpedagogikken i fremtiden må rette oppmerksomheten mot tre felt: (Se også Connor, 2005).

1. Tidlig identifikasjon av vansker ut fra klare, enkle kjennetegn
2. Rask igangsetting av tiltak for elever med begynnende vansker
3. Utforme didaktiske verktøy – for mestring (det siste min tilføyelse)

En didaktisk profilering

Det er disse tre punktene som er lagt til grunn for utformingen av dette temanummeret om matematikkvansker. Vi ønsker å fokusere på alternativer til den tradisjonelle lærevansketenkingen. Ett av hovedpoengene i denne nye tenkingen er en didaktisk profilering, dvs. fokus rettet mer mot hva en kan gjøre for å forebygge og endre situasjonen enn på utredning og testing. Ofte ser vi at dynamisk kartlegging og dynamisk undervisning profileres i en slik sammenheng. (Se Lunde, 2004a og Dalvang & Lunde, 2005.)

Gersten, Jordan & Flojo (2005) sier at det er dette vi med rimelig sikkerhet vet om elever med matematikkvansker:

- Ikke stabilt over tid (mestringsgrad avhenger bl.a. av didaktiske og situasjonsbetingede forhold)
- Influeres av elevens leseferdighet og språkferdighet
- Store vansker med grunnleggende tallkombinasjoner (f.eks. 6+3)
- Kritisk punkt er overgangen fra konkret til mental representasjon
- Visuell oppfatning og følgende visuell bearbeiding i arbeidshukommelsen er svak; spesielt sekvensiering
- Bruker få og primitive strategier (bl.a. innen de fire regningsartene)
- Det finnes flere ulike former for matematikkvansker. (Se Lunde, 2001.)

Klare, tidlige kjennetegn på matematikkvansker, kan da være følgende:

- Vansker med størrelsesbegrepet og å foreta slike sammenligninger (f.eks. hvilket siffer er størst i et par)
- Bruk av tungvinte tellestrategier
- Langsom identifisering/oppfatning av antall
- Langsom utføring av enkle hoderegningsoppgaver

Nyere forskning tyder på at en presist tilpasset undervisning fokusert på de sentrale elementene for matematisk forståelse og ferdighet (mestring), gir best resultat, ikke minst når den kombineres med konstruktivistisk didaktikk. (Kroesbergen & Van Luit, 2005)

Fokus rettes mer mot hva en kan gjøre for å forebygge og endre situasjonen enn på utredning og testing.

Ett av de sentrale emnene er talloppfatningen eleven har. Nasjonalt senter for matematikk i opplæring (NSMO) arbeider nå med å tilpasse et kartleggingsverktøy for talloppfatning (1.-10. klasse) for norske forhold, se Tangenten nr. 1/2006, side 55.

Lærevanske som en forstyrrelse i læringssekvensen
Vi kan lage en enkel modell for å illustrere denne spesialpedagogiske tenkemåten om lærevansker i matematikk:

Læringssekvensen starter i en undervisningssituasjon. Elementer her (bl.a. undervisningsmateriell), samt individuelle egenskaper hos eleven vil være med og styre hva som oppfattes. Denne oppfatningen vil så avgjøre den videre læringen. Dette har sammenheng med det vi vet om kontekstens betydning for læring. Waber et al. (2003) hevder at lærevansker først og fremst bør forstås ut fra et «context-dependent problem of functional adaption».

Artiklene av Vivi Sagerup og Gunnar Sjöberg fokuserer på hvordan eleven opplever seg i forhold til å mestre matematikken i en gitt situasjon.

Selve læringen foregår i et samspill mellom individet og omgivelsene og bearbeides i elevens hode. Resultatet av denne prosessen er det vi kan observere, kartlegge og teste. Artiklene av Hilde Skaar Davidsen, Lena Lindenskov og Peter Weng og av Rune Aigeltinger beskriver hvordan dette kan gjøres innen barnehager, skoler og i PPT.

Så langt er vi i en ordinær undervisningsprosess (vi tenker fra venstre mot høyre i figuren). Men det vi finner ved observasjonen og kartleggingen av elever med matematikkvansker, kan tolkes som at det har oppstått en forstyrrelse i læringssekvensen («disorders»). Da må vi reflektere over hva som har skjedd læringsmessig i elevens hode. Dette er spesialpedagogisk tenking. Den går motsatt veg, dvs. fra høyre mot venstre.

Det blir da meget viktig å prøve å danne seg en forståelse av hva som kan ha forstyrret læringsprosessen. Olav Nygaard og Anja Glad Zerichow beskriver i sin artikkel hvordan læringssekvensen kan bli blokkert av misoppfatninger.

Vi vet at to av de mest sentrale faktorene i læringen er tidligere erfaringer (hva en vet fra før) og språk- og begrepsferdighet som verktøy for tenking og forståelse. Ann Louise Ljungblad tar i sin artikkel opp forståelsen av sifrene, mens Karin Linnanmäki beskriver hvordan elevens selvbilde kan påvirke læringen. Språkferdigheten og leseforståelsens betydning drøftes i tre artikler av Elin Reikerås, Michael Wahl Andersen og Arne Engström.

Tilrettelagt undervisningssituasjon for mestring
Utfordringen er nå å utforme en ny undervisningssituasjon som gjør at læringssekvensen igjen fungerer. Tone Dalvang beskriver bruken av et læremiddel som fokuserer oppbyggingen av mentale representasjoner av antall og tallforståelse, mens Janne Fauskanger og Svein Tjomsland i sin artikkel viser hvordan en skole kan arbeide med tidlig identifisering av mulige vansker og hvordan hele undervisningssituasjonen direkte kan utformes med tanke på mestring for alle av det grunnleggende innen matematikken.

I sin artikkel beskriver Svein Kvalø og Christina Berg hva som kan gjøres for voksne for at de skal ha en matematisk kompetanse som gjør at de mestrer egen hverdag, både i jobbsammenheng og fritidssammenheng.

Forebygging – en del av den spesialpedagogiske tenkingen

Ved systematisk å observere og registrere effekten av de didaktiske tiltakene i undervisningssituasjonen, vil en kunne se sentrale element for mestring av matematikken.

Det blir da viktig å påse at disse elementene får en sentral plass i matematikklæringen allerede fra barnehagen av. Artikkelen av Elisabeth Doverborg og Göran Emanuelson viser hvordan det kan arbeides med matematikken i barnehagen for å forebygge senere vansker.

Avsluttende kommentar

Vi vet at mange elever strever med matematikken og en svensk undersøkelse viser at ca. 15 % av avgangselevene i svensk grunnskole har en matematisk ferdighet som tilsvarer gjennomsnittet i 4. klasse. Situasjonen er trolig lik i Norge ifølge undersøkelser som PISA og TIMSS.

Dette må vi kunne endre!

Effekten av den tradisjonelle spesialundervisningen er meget liten. (Se f.eks. Kavale & Forness, 1999; Haug, 1999). Da trenger vi å prøve ut nye måter!

Alle artiklene her vektlegger det praktiske aspektet. Det er vårt håp at de kan gi ideer til utformingen av den tilpassede opplæringen/de spesialpedagogiske tiltakene.

Og artikkelen av Bård Harbo – en matematikklærer i glasshus – reflekterer over arbeidet framover – med tanke på at elevene skal mestre den matematikken de har bruk for! ■

Referanser:

CONNOR, D. J. (2005). Studying Disability and Disability Studies: Shifting Paradigms of LD – A Synthesis of Responses to Reid and Valle. *Journal of Learning Disabilities, vol. 38, no 2 March/April 2005,* pp. 159–174.

DALVANG, T. & O. LUNDE (2005). Dynamisk kartlegging og dynamisk undervisning. Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæringen, Skriftserie, konferanserapport nr. 3/2005: Nordisk konferanse i matematikkdidaktikk, 2004.

ENGSTRÖM, M. & O. MAGNE (2006). Medelstad-matematik III. Eleverna räknar. Rapporter från Pedagogiska Institutionen, Ôrebro Universitet, 2006.

GERSTEN, R., N. C. JORDAN & J. R. FLOJO (2005). Early Identification and Interventions for Students With Mathematical Difficulties. *Journal of Learning Disabilities, vol. 38, no. 4/2005*, pp. 293–304.

HAUG, P. (1999). Spesialundervisning i grunnskulen. Grunnlag, utvikling og innhald. Oslo: Abstract forlag as.

JOHNSEN, F. (2005). Spesifikke matematikkvansker. Statpeds skriftserie nr. 33/2005.

KAVALE, K. A. & S. R. FORNESS (1999). Efficacy of Special Education and Related Services. AAMR – American Association on Mental Retardation, Washington, USA, 1999.

KROESBERGEN, E. H. & J. E. H. VAN LUIT (2005). Constructivist mathematics education for students with mild mental retardation. European *Journal of Special Needs Education, vol. 20, no. 1 February 2005,* pp. 107–116.

LUNDE, O. (2004A): Spesialpedagogisk kompetanse i det fagdidaktiske området. *Spesialpedagogikk, 5.* (Temanummer om den inkluderende skolen).

LUNDE, O. (2004B): Pedagogisk-psykologisk arbeid med matematikkvansker – problemstillinger for videre forskning- og utviklingsarbeid innen feltet. Hos: Engström, A.(Ed.): «Democracy and Participation. A Challenge for Special Needs Education in Matematics.», 2. Nordiske forskerkonferanse. Örebro Universitet, 2004.

LUNDE, O. (2001): *Tilrettelagt opplæring for matematikkmestring.* Info Vest Forlag.

LYON, G. R., J. M. FLETCHER, S. E. SHAYWITZ, B. A. SHAYWITZ, J. K. TORGERSEN, F. B. WOOD & A. SCHULTE (2003). *Rethinking Learning Disabilities. www.schoolpsychology.net/, (datert 9/2–2003).*

OSTAD, S. (1999). Elever med matematikkvansker. Studier av kunnskapsutviklingen i strategisk perspektiv. Oslo: UNIPUB Forlag.

SIEGEL, L. S. (2003). IQ-Discrepancy Definitions and the Diagnosis of LD. Introduction to the Special Issue. *Journal of Learning Disabilities, vol. 36, no 1 (Jan. 2003),* p. 2–3.

WABER, D. P., M. D. WEILER, P. W. FORBES, J. H. BERNSTEIN, D. C. BELLINGER & L. RAPPAPORT, (2003). Neurobehavioral factors Associated with Referral for Learning Problems in a Community Sample: Evidence for an Adaptional Model for Learning Disorders. *Journal of Learning Disabilities, vol. 36, no. 3, May/June 2003*, pp. 467–483.

Slik kan det være

Opplevelser av vansker med matematikk

av VIVI SAGERUP

Hvordan formidle et så tilsynelatende diffust problem som tallvansker? Det har bestandig vært mitt største problem, ikke tallvanskene i seg selv. Hvordan skal jeg fortelle min lærer at jeg ikke forstår og hva jeg ikke forstår når jeg ikke vet det selv engang?

De første årene på skolen, fra første til sjette klasse kan jeg ikke huske at jeg strevde i noen større grad enn de andre elevene i klassen. Men jeg har et minne om at matematikk ikke var et fag jeg trivdes noe større med fra femte til sjette klasse. Årsaken kan jeg vanskelig si noe om, følelsen av å slite, ikke mestre det noe større. Det syntes ikke som veldig viktig verken for meg eller læreren min at jeg kunne matematikk. Jeg datt av lasset en eller annen gang der, og mistet taket på faget. Det ble huller i muren om man kan si det slik, huller som aldri ble fylt igjen og som siden bare ble verre.

Fra syvende klassetrinn endret faget seg drastisk fra det vi tidligere hadde hatt. Matematikkstykkene bestod hovedsakelig av tekst, eller man regnet med bokstaver i stedet for tall. *Vi fikk mer abstrakt matematikk, ligninger, trekanter, sirkler, volum, omkrets. Hvis en bil kjører så fort fra A til B, og en annen så og så fort: Hvem bruker lengst tid? Halvparten av, delt i to og plusset med.* Jeg slo opp i boka første skoledag og kjente at magen sank. At det var en solid fasit på alle stykkene bakerst i boka ble en livredning for meg.

Det største problemet mitt er og blir følelsene omkring det å ha mislyktes.

Undervisning på et «fremmed språk»

Matematikktimene artet seg mer og mer som et mareritt. Det føltes som om undervisningen foregikk på et fremmed språk, og at jeg var den eneste som ikke skjønte hva som ble sagt. Jeg forsøkte mange ganger å fortelle læreren min at jeg ikke forstod og at jeg trengte hjelp. Men jeg greide ikke å formidle hva jeg trengte hjelp til. Tallene i boka danset bortover sidene, et øyeblikk var det et 5-tall der. Men så gjorde læreren noen «grep», satte inn en A eller en X, og så plutselig hadde 5-tallet blitt til 23. Det gav meg overhodet ingen mening. Og jeg begynte å føle meg dum. Skyldig. Det var min egen skyld. Jeg mislyktes. Fikk det ikke til. Noe som tilsynelatende var så enkelt at alle de andre bare feide igjennom pensumet. Innimellom kunne det plutselig åpenbare seg mening med det vi holdt på med, læreren min ble såre fornøyd over at det virket som jeg endelig tok poenget. Leksene ble delt ut, og i det øyeblikket jeg skulle forsøke å videreføre glimtet av innsikt til andre symboler; ikke 5 og 23. Men neste stykke med 8 og 56. Så var alt sammen borte vekk; blåst ut av hodet mitt, og jeg var ikke i stand til å finne det igjen. Og jeg hadde ingen ord til å forklare hva som skjedde. Læreren løste sitt pedagogiske problem med å overføre det til meg; «Du VIL jo ikke lære matematikk, du har jo BESTEMT deg for at matematikk er dumt!», sa han til meg. Og kanskje han mente å si det med litt humor, men det krympet seg innvendig i meg, og jeg ønsket meg bare langt vekk. ammet i tråd med instruksjonene i Barkleys manual.

Fra mistrivsel til hat

Det tok ikke lang tid før jeg begynte å mistrives, både i matematikktimene og på skolen generelt. Jeg hadde gele i magen foran hver eneste mattetime i tre år. Leksene fløt, prøver kom stort sett i retur fullstendig røde og med kommentarer som «for dårlig» og «du kan bedre». Jeg begynte å hate faget. Hate skolen i sin helhet. Hate læreren som ikke kunne fatte at jeg ikke FORSTOD. Derfra over til å sky alt som har med tall og matematikk, teknikk, spill, alle mulige ting som krever matematisk logisk forståelse, gikk det temmelig fort. Ikke ti gale menn med øks ville fått meg inn på allmennfaglig linje på videregående. Jeg var fullstendig kurert for å mislykkes. Og søkte meg mot fag som ligger i andre enden av skalaen: tegning, farger og språk.

Unødvendig å si at min utdannelse ut over ungdomsskole er noe amputert. Jeg har tatt fagene i studiekompetansen i voksen alder, men har fremdeles ikke matte. Og dermed stopper det opp fordi det ikke gies dispensasjon fra inntaksreglene til høyere utdanning. I dagliglivet har jeg vent meg til å gjøre ting på min måte. Jeg trosser bankenes advarsler og har huskelapp i lommeboka, både til bank og bensinkort! Jeg driver stadig og leverer ut et telefonnummer jeg mener er mitt eget, men finner siden ut at det er noen andres! Jeg kan ikke hjelpe min sønn med lekser i matte i noen større grad; femte klassetrinn begynner å bli vanskelig for meg, og det hender at jeg roter det skikkelig til både med baking, regninger, bursdager og avtaler. Det største problemet mitt er og blir følelsene omkring det å ha mislyktes. Og redselen for å bli pekt ut som inkompetent i en arbeidssituasjon. Derfor har jeg løst problemet foreløpig med å velge å jobbe hjemme mens barna er små. Så får fremtiden vise om det er håp i arbeidsmarkedet, for en som ikke kan regne!

vivisag@online.no

«Redan i ettan var jag less på matte»

Presentation av en longitudinell forskningsstudie om elever i matematikproblem

Petras känslor inför matematikämnet, som hon ger uttryck för i artikelns rubrik, delas av många elever i Sverige, Norge och troligen i de flesta andra länder. Just matematikämnet upplevs oftast som det största hindret för vidare studier, och då ämnet dessutom har hög status påverkas ofta ungdomarnas självbild, ibland så till den grad att det sätter djupa negativa spår även i vuxenlivet.

av GUNNAR SJÖBERG

Gunnar Sjöberg er doktorand vid Institutionen för Matematik, Tekning och Naturvetenskap, Umeå universitet. gunnar.sjoberg@fceduc.umu.se

Visst finns en hel del forskning om elever som har problem med skolans matematikämne, även om just den är förhållandevis liten i jämförelse med forskningen om läs- och skrivproblem.[1] De studier som gjorts genom åren har dessutom en ganska ensidig inriktning då den övervägande delen av dessa tagit sin utgångspunkt i ett medicinskt/neurologiskt eller neuropsykologiskt perspektiv. Trots att skolans värld oftast beskrivs som en mycket komplex miljö, där en rad olika aspekter bör vägas in för att få en god förståelse av området, finns förvånansvärt lite forskning där man tagit hänsyn till pedagogiskt/didaktiska, psykologiska eller sociologiska aspekter när man studerar eleven i matematiksvårigheter.[2] Slående är också hur lite forskning det finns där *elevens egen beskrivning* av sin situation fått stå i centrum. Det förefaller som om man många gånger helt enkelt «glömt» fråga en part som sitter inne med mycket relevant information på området, nämligen eleven själv.

Bakgrund till forskningsprojektet

Syftet med den här artikeln är dels att ge en kort beskrivning av ett sexårigt forskningsprojekt där elever i matematikproblem kartlades, dels lyfta fram några av de resultat som framkommit i studien.[3] Ambitionen med projektet har varit att ge en så bred bild som möjligt av problemområdet och då i första hand utgå från de erfarenheter eleverna haft av sina nio år i den svenska grundskolan. Tre övergripande frågor har stått i centrum för arbetet och dessa var:

- Varför blev matematikämnet ett problem för eleverna?
- Vad var det som hjälpte eleverna att uppnå godkända betyg i matematik?
- På vilket sätt kan man, utifrån de här elevernas samlade erfarenheter, hjälpa ungdomar i matematikproblem samt bäst förebygga problemets uppkomst?

Efter nästan 25 års erfarenhet som special- och matematiklärare på högstadiet har jag, men även många av mina kollegor, ofta ställt oss lite frågande till de beskrivningar som målats upp av det här problemområdet. Orsakerna till elevernas svårigheter i matematik beskrivs ofta ensidigt och resultaten har ibland varit svåra att relatera till den dagliga verksamheten i skolan. Ett belysande exempel är påståendet att 6 procent av alla elever på våra skolor skulle lida av en dysfunktion i form av *dyskalkyli*, en siffra som känts helt främmande och därför varit svår att ta till sig. Med den procentsatsen skulle dyskalkyli vara det i särklass största pedagogiska problemet i svenska skolan med mer än 80 000 drabbade elever. Dyskalkylibegreppet har inte bara ur ett forskningsperspektiv verkat främmande, utan i lika hög grad utifrån mina egna lärarerfarenheter. Jag kan nämligen inte erinra mig, trots mina dryga 20 000 lektionstimmar, att jag haft någon elev där dyskalkyli skulle kunna vara en tänkbar förklaring på matematikproblemen. Dyskalkyli har i Sverige fått ett stort genomslag och är nu ett vedertaget begrepp som används såväl av utredningspersonal, lärare som av föräldrar som söker förklaringar till sina barns problem. Ett första angeläget steg i avhandlingsarbetet blev därför att få en samlad bild av dyskalkylibegreppet utifrån aktuell forskning, för att på så sätt se om detta kunde utgöra en av huvudförklaringarna till elevens problematiska situation.

Forskningsprojektet

Trots en omfattande granskning av de senaste tio årens forskningslitteratur om dyskalkyli kunde få frågetecken rätas ut, snarare dök en lång rad nya frågor upp istället. Det visade sig bland annat finnas en stor begreppsförvirring på området. Begrepp samt innebörden av dessa skiftade mellan olika forskare och det förekom till och med att olika begrepp användes för samma företeelse av en och samma forskargrupp. Det visade sig också att det inte fanns någon allmänt vedertagen diagnostisering av dyskalkyli och att de diagnosförfaranden som nu används har många brister. Till exempel används oftast ett diskrepanskriterium[4] vid diagnostisering, något man i stort sätt lämnat sedan flera år tillbaka vid diagnostisering av dyslexi. Det framgick också att elevens kontext i form av skolmiljö, hemförhållanden, annan etnisk bakgrund, mm, knappt vägs in vid diagnostiseringen trots att annan forskning visat på den stora betydelsen just dessa aspekter har för inlärning. Slutsatsen av ett halvårs arbete med litteraturgranskningen var att dyskalkylibegreppet visserligen inte kan förkastas helt, men att det heller inte kan befästas. När så inte är fallet så finns det heller ingen goda vetenskapliga grunder för att använda begreppet i praktiken. Därför fanns det anledning att inleda studiens andra fas, en så förutsättningslös kartläggning som möjligt av eleven i matematikproblem, en kartläggning som också blev tyngdpunkten i forskningsprojektet.

Att studera något så komplext som skolans värld, där variationen är stor och där elevernas utveckling ibland sker i ett snabbt tempo, kräver en kartläggning med olika infallsvinklar samt ett långsiktigt perspektiv. Därför gjordes, utifrån en grupp av 1000 elever i årskurs 5, ett urval av 200 elever fördelade på fyra olika representativa skolor. I den här fallstudien registrerades data från det att eleverna gick i årskurs 5 fram till årskurs 2 på gymnasiet. Särskilt stor uppmärksamhet ägnades åt de 13 elever som uppvisade specifika problem i matematik, utan att för den skull ha problem i andra skolämnen, alltså elever som något förenklat uttryckt skulle kunna sägas passa in i kriterier för dyskalkyli.[5] Det longitudinella perspektivet, samt användningen av flera olika metoder för datainsamlingen gjorde att såväl urvalsprocessen som metodbeskrivningen i avhandlingen blev omfattande. Sammanfattningsvis kan dock arbetet beskrivas som att ju mer eleverna studerades, ju mer komplex blev problembilden och ju fler datainsamlingsmetoder användas allt eftersom projektet fortskred. Det slutliga empiriska materialet bestod därför av en rad olika källor som exempelvis av en större databas med cirka 500 uppgifter på varje elev. Vidare svarade eleverna på fem större enkäter. Matematikundervisningen följdes i form av klassrumsobservationer under nästan 100 lektioner, varav ett 40-tal som videofilmades och analyserades. Slutligen djupintervjuades eleverna i 13-gruppen vid två tillfällen, den första intervjun gjordes i slutet av årskurs 9 då ungdomarna så att säga befann sig mitt i «stormens öga», alltså var fullt upptagen av att avsluta sina grundskolestudier. Det andra intervjutillfället fick i det här projektet en central roll. Den intervjun ägde nämligen rum när eleverna gick i årskurs 2 på gymnasiet och därmed hade fått en ordentlig distans till åren på grundskolan. Istället för att eleverna fritt skulle reflektera över sina skolår fick de ta del av en omfattande sammanställning, eller snarare ett brett «bildmaterial» av sina skolår, och utifrån det beskriva, revidera och reflektera över sina nio år i grundskolan.

Eleven i matematikproblem

Det ord som kanske bäst sammanfattar det här problemområdet är det ord som också regelbundet används när man beskriver skolans värld, nämligen *komplexitet.* Hos just den här elevgruppen gick det nämligen inte att ringa in *en* eller *några få* orsaker till problemen utan istället målas en hel palett av olika orsaker upp. Av utrymmesskäl kan jag i den här artikeln givetvis inte ge någon heltäckande bild av området utan nöjer mig istället med att göra ett antal nedslag i resultatredovisningen och där lyfta fram några av de orsakerna till att eleverna hamnade i problem. Jag skall också peka på några orsaker som bidrog till att eleverna slutligen lyckades relativt bra med matematikundervisningen.

Även om problemen i matematik var stora under de tidigare skolåren för den här elevgruppen, så kunde man dock inledningsvis konstatera att «prognosen» att klara ett godkänt slutbetyget i matematik i årskurs 9 var relativt god. Samtliga elever i 13-gruppen lämnade nämligen grundskolan med godkänt resultat på de nationella proven och även med godkänt slutbetyg i matematik. Dessutom visade den uppföljning som gjordes att eleverna även klarat av att uppnå en godkänd nivå på gymnasiets A-kurs i matematik. De här tre utvärderingsinstrumenten, nationella prov i åk 9 samt matematikbetygen i åk 9 och på gymnasiet, ger också en klar indikation på att eleverna verkligen uppnått en viss nivå i matematik och inte bara fått hjälp av en lärare som sett mellan fingrarna vid betygssättningen. De här resultaten förstärker också bilden av att dyskalkyli är en tveksam förklaring till just de här elevernas problem.

Den tendens som ibland finns att se eleverna i matematikproblem som en ganska enhetlig och homogen grupp visade sig i den här studien vara felaktig. Istället framträdde fyra tydliga elevtyper eller elevkluster, med minst lika skiftande bakgrunder, förutsättningar och egenskaper som alla andra elever. De kluster som framträdde kan på ett förenklat sätt beskrivas på följande sätt.

Killarna tog, och tilläts ta, mycket utrymme i klassrummen.

STATISTERNA

En grupp, huvudsakligen flickor, som likt statister vid en filminspelning deltog i verksamheten (matematik-lektionerna) men höll sig hela tiden i bakgrunden och gjorde så lite väsen som möjligt. De här eleverna ställde inga krav, de bråkade inte och sökte inte heller lärarens uppmärksamhet i någon större omfattning. Vid en första anblick verkade de här eleverna arbeta under matematiklektionerna. De hade böckerna uppslagna, de höll pennan i hand och miniräknaren låg prydligt framför dem. Men i själva verket gick huvuddelen av tiden under lektionerna antingen till att umgås med sina kompisar på ett mycket diskret sätt, eller till att enbart «vila». Några större ambitioner med skolarbetet hade inte de här eleverna, inte mer än att «klara mig så att jag kommer in på gymnasiet». Engagemanget fanns istället på fritiden där idrott och umgänget med kompisar upptog en stor del av deras tid.

FIGHTERS

En grupp bestod av fem tjejer som på många sätt utgjorde en motpol till statisterna. De här tjejerna var inte rädda för att ta konflikter, de ställde krav och de ifrågasatte. Bland de här tjejerna förekom mycket skolk, fritiden var stökig och orolig och hemförhållandena präglades också i stor omfattning av oro. På en punkt påminde *fighters*-tjejerna dock om *statist*-eleverna och det var när arbetsinsatsen på matematiklektionerna jämfördes. De här eleverna arbetade i mycket liten omfattning under lektionerna och något hemarbete var det aldrig frågan om, mycket kanske beroende på den oroliga hemmiljön. Även om dessa tjejer många gånger var en prövning för lärarna så var det lätt att fatta tycke för den som observatör och forskare. De här tjejerna hade fått kämpa och då inte bara i skolan. De hade inte fått något gratis, men trots det visade de en öppen, rak och ärlig attityd. Tjejerna hade också en framtidstro där de satt upp tydliga och ambitiösa mål med sina liv.

KEPSELEVERNA

Kepselverna bestod av tre lite omedvetna och omogna killar. Om tjejerna i *fighters* många gånger kunde beskrivas som «äldre än sin ålder» så var förhållandet det omvända för *kepseleverna.* De här killarna pratade hellre om snöskotrar, tjejer och fotbollsträning än räknade under lektionerna. Liksom för eleverna i de två tidigare klustren blev det heller inte mycket gjort för kepseleverna under matematiklektionerna, och något hemarbete förekom inte. Men när väl planerna för gymnasiestudierna tog form och med det insikten om att fortsatta studier faktiskt innebar att man måste ha ett godkänt matematikbetyg, då skedde också en markant förändring hos killarna. Helt plötsligt ökade arbetsinsatsen och fokuseringen på jobbet och därmed föreföll inte matematikämnet längre vara något större problem.

ASKUNGEN

Det sista klustret fick namnet *askungen* och bestod av en enda elev, «Hanna». Likt askungen i sagan som hade «allt», så hade även Hanna «allt» när hon började skolan. Hon tyckte det var roligt att gå i skolan, arbetet gick bra och med hjälp av stöttande föräldrar var Hanna en ambitiös elev, kanske för ambitiös. Liksom askungen som förlorade det mesta i sagan, så tappade Hanna helt plötsligt greppet och matematikämnen blev obegripligt för henne. Från att ha legat långt fram i matteböckerna och tävlat med klassens bästa elever så förstod hon helt plötsligt ingenting, matematikämnet blev ett mysterium. Under flera år sattes resurser in och hennes lärare blev alltmer övertygad om att hon hade dyskalkyli. Även om nu inte Hanna var omgiven av en god fe, som askungen i sagan, så var hon istället omgiven av klarsynta och kloka vuxna. Så efter flera års hårt arbete lossnade det plötsligt och den neråtgående trenden kunde vändas. Hanna lämnade grundskolan, inte bara med en god självbild utan också med ett högt betyg i matematik.

Problemens uppkomst

Att byta yrkesroll från rollen som lärare, det nav som det mesta kretsar kring under lektionerna, till forskarrollen där uppgiften var att observera och registrera innebar också en ökad medvetenhet om alla de processer som pågår under en matematiklektion. Till exempel blev genusmönstren i klassrummen tydligare för mig. Killarna tog, och tilläts ta, mycket utrymme i klassrummen. Till och med de tuffa *fighters*-tjejerna verkade acceptera detta, trots att just de drabbades i form av mindre hjälp från läraren.

En annan process som framträdde vid analysarbetet, eller snarare brist på process, var elevernas låga arbetsinsats. Det blev också uppenbart att ungdomarna dolde detta på ett så subtilt (och kanske omedvetet) sätt att det var näst intill omöjligt för läraren att registrera detta. Förutom den låga arbetsinsatsen hos eleverna så fanns även strukturella «tidstjuvar» som gjorde att undervisningstiden reducerades. Under årskurs 9 försvann mellan 10 och 25 % av undervisningstiden i matematik till en rad olika schemabrytande aktiviteter. Listan var lång men kunde exempelvis bestå av kulturevenemang som musik eller film, det kunde vara information från kurator eller skolsköterska eller det kunde vara olika former av temaarbeten. Alla aktiviteter var viktiga och lovvärda, men det innebar också att nästan var femte matematiklektion försvann från elevernas scheman och detta stora bortfall kompenserades aldrig i efterhand. Visserligen drabbades alla ämnen på samma sätt, men om man nu som i Sverige lyfter fram problemen i matematik som extra bekymmersamma och något man måste satsa resurser på,[6] då kanske man också måste fundera på vad detta bortfall faktiskt innebär för elevens matematikinlärning. På den tid som återstod efter bortfallet visade det sig att eleverna i genomsnitt endast arbetade under halva tiden. Arbetet präglades också av ett slags omvänt *intervallarbete* där arbete varvas med vila, dock med felaktiga proportioner.[7] De cirka 260 timmar som eleverna i teorin har till förfogande för att lära sig matematik på högstadiet blev i praktiken endast cirka 100 timmar, och för vissa elever betydligt färre timmar än så. De här resultaten pekar på att eleven i matematikproblem troligen får för lite träning i ämnet. Kanske skall man istället för att stirra sig blind på de siffror som i timplanerna anger hur många lektioner eleverna har i matematik, istället granska den tid som de *faktiskt* lägger ned på arbetet. Inte förrän eleven nått en «rimlig» arbetsnivå och problemen fortfarande kvarstår finns det anledning att börja fundera på andra förklaringar till elevens problem än brist på träning. Det är kanske så att vi i Sverige bör ifrågasätta om våra elever verkligen presterar så dåligt i matematik. Kanhända är resultatet istället riktigt bra om man faktiskt relaterar det till hur lite tid våra elever i praktiken ägnar åt sina matematikstudier.

Det eleverna själva i stor omfattning lyfte fram som en orsak till problemen var arbetsmiljöfrågor. Huvuddelen av dem upplevde inte att de fick arbetsro under lektionerna. De kunde inte sjunka in i och koncentrera sig på uppgifterna utan stördes hela tiden av surret och oron i klassrummen. På de kartlagda skolorna, och troligen överlag i Sverige, finns en strävan att förlänga matematiklektionerna för att på så sätt ge större utrymme till alternativa arbetssätt (ex. problembaserad undervisning, laborativa arbetssätt, grupparbeten). Det framgick dock att tiden under de längre lektionerna sällan utnyttjades till detta, istället blev det bara längre lektionspass med ungefär samma traditionella innehåll som under de kortare lektionerna (kort genomgång av läraren följt av eget arbetet i matematikböckerna). De långa matematiklektionerna var dock inget som uppskattades av eleverna i 13-gruppen, de ville istället ha fler men kortare lektioner (maximalt på 40 min). Eleverna menade nämligen att de redan efter 20 – 30 minuters arbete tappade orken och därefter blev det inte mycket gjort för dem. Elevgruppen utmärktes också av den stress och oro de kände inför matematikprov och då i synnerhet de «stora» nationella proven på våren i årskurs 9.[9] Huvuddelen av eleverna i gruppen menade att de inte hade möjlighet att visa vad de egentligen kunde i matematik på en provräkning då de ibland blev helt blockerad av provsituationen. Petra en av *fighters*-tjejerna berättar så här om en av sina provräkningar, «jag fick ont i magen och hade huvudvärk och när jag fick provet då fattade jag ingenting, så jag gick bara därifrån». Man fick intrycket av att provräkningar för den här elevgruppen många gånger mer hade karaktären av test på elevernas stresstålighet än en test av deras matematikkunskaper.

Även kommunikationsmönstret i klassrummet

Det eleverna själva i stor omfattning lyfte fram som en orsak till problemen var arbetsmiljöfrågor. Huvuddelen av dem upplevde inte att de fick arbetsro under lektionerna.

föreföll spela en stor roll för de här elevernas matematikinlärning. Det var dock svårare att direkt avgöra om dessa mönster haft en positiv eller negativ inverkan. En klart försvårande omständighet som kan *kopplas* till *utebliven* kommunikation var de tillfällen då eleven inte kunde få hjälp av läraren, mycket beroende på stora undervisningsgrupper och en orolig klassrumsmiljö där mycket av lärarens arbetstid åtgick till att agera ordningsvakt istället för att vara pedagog. Ytterligare en försvårande omständighet som kan kopplas till kommunikationen i klassrummet var att huvuddelen av eleverna i 13-gruppen i första hand sökte hjälp av sina klasskamrater, inte av läraren, när de stötte på problem. Här var dock inte huvudorsaken att läraren inte hade tid utan eleverna tyckte det var svårt att förstå dem. Eleverna menade att de «förklarade så krångligt och omständligt» eller att de «hade ett språk som inte gick att förstå», ett problem som enligt dem inte fanns i kommunikationen med sina klasskompisar. Det fanns dock anledning, utifrån tidigare forskning att misstänka att den matematiska dialogen mellan eleverna skulle vara ganska fattig och mer av typen «skall jag använda gånger» eller «får jag skriva av din lösning», alltså en dialog som inte i någon större omfattning skulle bidra till elevernas matematiska utveckling. Kanske något överraskande visade sig så inte vara fallet utan många gånger utspanns samtal som väl kunde jämföras med lärarens dialog med eleven. Många pedagogiskt innehållsrika dialoger där eleverna illustrerade med figurer, ställde frågor och väntade ut varandras svar kunde registreras. Det finns alltså all anledning att vidare uppmärksamma den här «dolda» inlärningsprocessen i våra klassrum, en process som troligen är mycket betydelsefull för vissa elevers inlärning.

Vändningar

Vad var det då som gjorde att de här eleverna kunde vända en ganska hopplös och besvärlig situation i matematik i årskurs 5 till en godkänd nivå i årskurs 9? Ja, som redan tidigare framgått fanns en rad olika orsaker. Men för många av eleverna har en eller flera vuxna, då oftast en lärare, haft en avgörande positiv betydelse. Det kan ha varit lärare som ställt tydliga krav eller som lyckats avdramatisera problemen och lyfta eleverna. Simon, en av kepseleverna gav den här bilden av sin lärare «hon brydde sig om mig och satte sig in i min situation. Hon sa *det här klarar du, det här kommer att gå bra, och då kände jag det*». I linje med de svårigheter många elever hade att förstå lärarnas förklaringar låg följaktligen också att den «duktige» läraren var den som «kan förklara så att jag förstår». Just att «kunna förklara så att man förstod» är kanske också en huvudorsak till att ungdomarna i så stor omfattning sökte hjälp av varandra.

Den andra framträdande orsaken till vändningen i matematik var enligt eleverna att man helt enkelt bestämde sig för att ta tag i matematikämnet, eller som Malin, en av *fighters*-tjejerna beskrev det, «tjurskalle, har jag gett mig fan på att göra något då gör jag det». Att ta tag i problemet innebar nästan alltid att man ägnade lite mer tid åt ämnet. Ökningen av arbetsinsatsen var sällan dramatisk, men dock så pass stor att eleverna, med stöttande insatser, kunde klara godkändnivån i ämnet. Elin en annan av *fighters*-tjejerna gav ett exempel på vad just en sådan liten ökning av arbetsinsatsen kunde bestå av, «ja du..jag hängde med någorlunda bra och jag kom åtminstone på lektionerna».

För många av eleverna i 13-gruppen, och då i första hand för *kepseleverna och statisterna*, verkar de första betygen i åk 8 bidragit till att man vaknade upp och insåg att det här med betyg faktiskt nu var en realitet som i stor omfattning skulle påverka deras framtid. Nils, en av *kepseleverna* berättar, «jag tror att det var någon gång i åttan som jag började inse att det kanske var lite viktigt med mattebetygen och då började jag jobba mer».

I Sverige finns en strävan mot att överbrygga de stadieövergångar som sedan länge funnits mellan exempelvis årskurs 6 på mellanstadiet och åk 7 på högstadiet. Man eftersträvar bland annat att ge eleverna en större kontinuitet och trygghet samtidigt som inte förändringarna skall bli för stora mellan stadierna. Det här är också en orsak till att sammanhållna skolor, där eleverna undervisas från förskolan upp till årskurs 9, blivit allt vanligare. Det här konceptet är dock flera av eleverna i 13-gruppen tveksamma till och de framhöll istället hur viktigt det var för dem att få byta skola och få vara ett oskrivet blad för deras nya lärare. *Askungen* Hanna berättade exempelvis, «när man går i samma skola i sex år då är det svårt att bryta mönster, just det att jag fick byta skola och träffa andra människor hjälpte mig».

Sammanfattningsvis växte det i den här studien fram ett komplext mönster av en rad olika orsaker till matematikproblemens uppkomst. Där fanns strukturella problem i form av matematiklektionernas uppbyggnad, stora undervisningsgrupper och mycket oro under lektionerna. Där framkom genusaspekter, kommunikationsmönster som försvårade samt mindre positiva lärarkontakter. Det framkom också hur komplicerade provsituationer är för dessa elever. De orsaker till elevernas problem som framkom i studien var svår att relatera till någon form av dyskalkyliproblematik. Detta tillsammans med det faktum att eleverna faktiskt lämnade skolan med godkända matematikbetyg gjorde att de tveksamheter som framkom vid forskningsgenomgången av dyskalkylibegreppet också befästes i fallstudien.

Erfarenheter av studien

Det här avhandlingsarbetet skall i första hand ses som ett bidrag till det stora och komplicerade pussel som det här problemområdet utgör. I jämförelse med många andra pedagogiska forskningsområden är forskningen på det här fältet inte speciellt omfattande och mycket arbete återstår innan vi har en tydligare och mer balanserad bild av området. Vilka erfarenheter och vilken kunskap som man kan ta med sig från projektet beror nog i första hand på ens yrkesroll. Har man som i mitt fall haft förmånen att så grundligt kunnat fördjupa mig i den här problematiken, samtidigt som jag haft möjlighet att behålla en fot i skolans värld, så tar jag till viss del med mig olika erfarenheter beroende på om jag undervisar 7 c i matte eller bedriver forskning på universitetet. Som forskare har jag blivit stärkt i uppfattningen att förklaringen till elevers matematikproblem primärt inte skall sökas ur ett medicinskt/neurologiskt eller neuropsykologiskt perspektiv. Dyskalkylibegreppet bör snarare tonas ned och istället ge utrymme för ett mer tvärvetenskapligt angreppssätt där elevens hela situation beaktas, för att på så sätt få en bättre förståelse av problemområdet. En konsekvens av detta är exempelvis, att man i betydligt större omfattning än vad som nu sker måste ta tillvara den erfarenhet som finns samlad hos den pedagogiska personalen som dagligen arbetar med eleven i matematikproblem.

Avhandlingsarbetet har också inneburit en förändrad syn på eleven i problem och med det också en förändrad lärarroll. Vikten av arbetsro och struktur är något som jag numera lägger större vikt vid under mina matematiklektioner. Jag betonar också i större omfattning hur viktigt det faktiskt är att arbeta på matematiklektionerna. En kognitivt så svår process som matematikinlärning kräver träning och åter träning och även i matematik går kunskapen många gånger «genom handen». Slutligen har jag också blivit mer observant på kommunikationsmönstren i klassrummet. Jag har lärt mig att mitt sätt att kommunicera kanske inte alltid är det som passar den enskilde eleven bäst utan att den skickligaste pedagogen då och då faktiskt är någon av de tonåriga «hjälplärare» jag har förmånen att ha mitt klassrum. ■

Avhandlingen som har titeln «Om det inte är dyskalkyli – vad är det då?» kan från och med i slutet av maj rekvireras genom:

Ove Schedin
Institutionen för Matematik, Tekning och Naturvetenskap
Umeå universitet
901 87 Umeå

Ove.schedin@educ.umu.se

Noter

[1] Vid en databassökning bland forskningslitteratur under perioden 1992–2002 fick dyslexi 6380 träffar mot 229 för dyskalkyli (uppgifter hämtade under sep 2003).

[2] Jag har i den här studien använt mig av ett relationellt perspektiv för att förstå elevens situation. Man försöker första elevens handlande utifrån ett samspel eller interaktion mellan olika aktörer. Eleven kommer inte till skolan med sitt problem utan förändringar i omgivningen (ex. mindre undervisningsgrupper eller didaktiska förändringar av undervisningen), förutsätts kunna påverka elevens möjligheter att förstå matematikundervisningen. Man pratar då om «eleven i svårigheter» till skillnad från «Eleven med svårigheter» som står för ett kategoriskt perspektiv. Ur det perspektivet betecknas och bestäms elevernas problem med hjälp av diagnoser på avvikelser från vad som betraktas som normalt enligt en medicinsk-psykologisk modell.

[3] Av utrymmesskäl har alla referenser i artikeln utelämnats. För mer utförlig information hänvisas till själva avhandlingen som kan rekvireras från Institutionen för Matematik, Teknik och Naturvetenskap vid Umeå universitet. Se mer information i slutet av artikeln.

[4] Diskrepanskriteriet kan kortfattat beskrivas som en diskrepans på två år mellan elevens matematiska förmåga och resultaten från en IQ-test. Exempelvis uppfyller en elev detta kriterium han har en IQ-nivå motsvarande åk 7 men en matematisk förmåga för åk 5. För en mer detaljerad beskrivning av urvalsprocessen se avhandlingen.

[5] Förenklat kan detta beskrivas som att eleven har ett «kunskapsdropp» specifikt i matematik (eller delar av matematikämnet) och inte i de övriga ämnena och detta dropp skall inte heller kunna relateras till andra problem.

[6] Se exempelvis betänkandet av Matematikdelegationen «Att lyfta matematiken» från 2004.

[7] Om man drar parallellen till fysisk träning så är det där viktigt att arbetsperioderna vid intervallträning är längre än viloperioderna. Vid den här «omvända intervallträningen» som utmärker dessa elever arbete är viloperioderna som regel betydligt längre än de perioder som eleverna arbetar aktivt med matematikuppgifter. Detta arbetssätt gör att eleverna ofta får börja om med den uppgift de arbetade med då det helt enkelt glömt var de var eller också tappat den röda tråden i lösningen.

[8] I Sverige har alla elever under vårterminen i årskurs 9 centralt baserade prov i kärnämnena engelska, matematik och svenska. Matematikprovet består av fyra delprov varav ett muntligt.

Matematikk i barnehagen

– utvikling av observasjonsverktøyet MIO (Matematikken mellom Individet og Omgivelsene)

av HILDE SKAAR DAVIDSEN

Hilde Skaar Davidsen er rådgiver ved Forum for matematikkmestring, Sørlandet kompetanse-senter.
hilde.skaar.davidsen@stsped.no

Matematikk er et redskap for å beskrive og håndtere virkeligheten. Det er en bestemt måte å strukturere virkeligheten på hvor utviklingen av begreper og kategorier er viktige for bl.a. å kunne orientere oss i verden, kommunisere med andre mennesker og foreta hensiktsmessige handlinger (Jahr, 1996). Matematikk har betydning for førskolebarns liv her og nå og for deres tankemessige utvikling. De lever i og erfarer matematikk med hele kroppen. (Andersson, 2006; Doverborg, 2006; Doverborg og Samuelsson, 2001; Reikerås og Solem, 2001)

Matematikk skal være en selvfølgelig del av alt det andre man arbeider med i barnehagen. Fra 1996 har barnehagene i Norge hatt *Rammeplan for barnehagen* som gir retningslinjer for innhold og oppgaver. Der blir matematikk fokusert bl.a. under fagområdet «Natur, miljø og teknikk» (s. 84–85). Rammeplanen har vært under revidering og det nye forslaget var på bred offentlig høring høsten 2005. Kunnskapsdepartementet fastsatte ny rammeplan 1. mars 2006, og den vil tre i kraft fra 1. august 2006. Det som bl.a. er nytt i planen, er at matematikk har blitt et eget fagområde som går under betegnelsen «Antall, rom og form». Fagområdet har formulerte mål for barnas utvikling og læring og presiserer videre personalets ansvar i forhold til disse målene. Barnehagens arbeid med matematikk i den nye rammeplanen beskrives slik:

Gjennom arbeid med antall, rom og form skal barnehagen bidra til at barna:

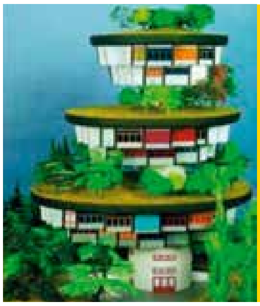
- *opplever glede over å utforske og leke med tall og former*
- *tilegner seg gode og anvendbare matematiske begreper*
- *erfarer, utforsker og leker med form og mønster*
- *erfarer ulike typer størrelser, former og mål gjennom å sortere og sammenligne*
- *erfarer plassering og orientering og på den måten utvikler sine evner til lokalisering (s. 24)*

Under fagområdet «Kommunikasjon, språk og tekst» står det at barnehagen skal bidra til at barna

- *videreutvikler sin begrepsforståelse og bruker et variert ordforråd*
- *blir fortrolige med symboler som tallsiffer (s. 19)*

Matematikk er et mangfoldig fagområde. Beskrivelsene over refererer til ulike aspekter av den grunnleggende matematikken. Jeg vil også fremheve betydningen av en god begrepsforståelse for barns matematikklæring. Erfaring og forskning viser at dette er et viktig område å fokusere på i arbeidet (Lunde, 2003; Sterner, 2000; Sønnesyn, 2005; Mazzocco og Thompson, 2005; Gersten, Jordan og Flojo, 2005). Punktene over representerer et mangfold som vi også har lagt vekt på i observasjonsverktøyet MIO.

Rammeplanen fremhever at når personale arbeider i retning av de ulike målene, skal de ta utgangspunkt i barnas nysgjerrighet, interesser og forutsetninger. Personalet skal stimulere barna til å oppleve med alle sanser, iaktta og undre seg, både individuelt og i fellesskap. Barna skal få rike opplevelser og gjøre seg nyttige erfaringer som støtte for sin utvikling av kunnskaper, ferdigheter og holdninger. I forhold til matematikk vil jeg illustrere dette nærmere ved hjelp av «Matematikkens hus»[1] som Forum for matematikkvansker benytter som modell.



Figur 1: «Matematikkens hus» (Illustrasjon: Hundertwasser)

Matematikk skal være en integrert del av barnehagens virksomhet. Rammeplan for barnehagen gir føringer for hvilken matematisk kompetanse barna skal utvikle gjennom lek, eksperimentering og hverdagsaktiviteter. Erfaring viser at det er behov for en kompetanseutvikling hos personalet i barnehagene på dette fagområdet. Kan observasjonsverktøyet MIO bli et redskap for personalets kompetanseutvikling?

I «Matematikkens hus» er barnehagens oppgave først og fremst å legge til rette for at alle barn får gode opplevelser og gjør mange ulike erfaringer innen matematikkens mangfoldige fagområde. Det er viktig at personalet anvender de riktige «matte-ordene» og bruker presise begreper i samtale med barna. Det kreves ikke at barna bruker dem, det viktigste er at de hører dem og så smått innlemmer dem i eget ordforråd. På den måten beveger barna seg videre oppover mot 1. etasje i «Matematikkens hus», mens basisen er lagt i deres egne mangfoldige erfaringer. Når barna i barnehagen skal bli fortrolige med symboler som tallsiffer, vil de også få et første møte med 2. etasje i «Matematikkens hus». Matematikkundervisningen på skolen vil gradvis innføre matematiske symboler som igjen skal ha basis i barnas «matte-ord» og deres egne erfaringer.

Forum for matematikkvansker fremhever det forebyggende aspekt som et særdeles viktig fokus i arbeidet. Ved å bygge en solid kjeller i matematikkens hus allerede hos førskolebarn og på skolens begynnertrinn, har vi som mål å redusere det antall barn som senere vil komme til å streve med matematikken i skolen. At matematikken fokuserer på og rommer ulike aspekt for de yngste barna, er viktig med hensyn til å forebygge eventuelle matematikkvansker. Forskning viser at barn som strever med matematikk, kan gjøre dette i forhold til ulike typer områder (se www.statped.no/sorlandet/matematikk). Ved over tid å arbeide i forhold til alle områdene i Rammeplanen, vil en kunne legge et solid grunnlag for barnets videre matematiske utvikling. Det er dette arbeidet MIO har tatt utgangspunkt i.

I Kunnskapsdepartementets arbeid med den reviderte rammeplanen, har en ønsket å se nærmere på sammenhengen mellom barnehagens og skolens planer. I Lov om barnehager § 2 heter det at barnehagen legger grunnlaget for livslang læring. Derfor blir også barnehagens fagområder stort sett de samme som barna senere møter igjen som fag på skolen. I løpet av 2006 skal departementet utarbeide og iverksette en kompetanseplan for barnehagen og den skal samordnes med reformen i skolesektoren (Nyhetsbrev om barnehage, 2006). Det er sannsynlig at også matematikkområdet vil bli fremhevet i denne planen, som i følge departementet først og fremst skal rette seg mot personalet i barnehagene.

Matematikk skal være en selvfølgelig del av alt det andre man arbeider med i barnehagen.

Utvikling av MIO

MIO (Matematikken mellom Individet og Omgivelsene) er et observasjonsverktøy til bruk i barnehagen. Det vil bestå av et observasjonsskjema og en håndbok. MIO er et samarbeidsprosjekt mellom Sørlandet kompetansesenter og Universitetet i Stavanger.

M+I+O er bygd opp av initialene i Matematikken, Individet og Omgivelsene, og har sin basis i Magnes faktor-samspills-modell (Magne, 1998; 2005). Kort oppsummert viser modellen at barns ferdigheter i og forståelse av matematikk er avhengig av et samspill mellom flere faktorer. Det er tre aktører i denne prosessen:

- Matematikken (M)
- Individet (I) som holder på å lære matematikk
- Omgivelsene (O) som legger til rette slik at barnet får erfaringer med matematiske aspekter.

Rammeplan for barnehagen fremhever hvilke aspekter av matematikken som barnehagen skal bidra til at barn får erfaringer med. Samtidig er hvert individ forskjellig, og de har ulike forutsetninger, men alle skal få like muligheter til å møte utfordringer som svarer til deres utviklingsnivå. Omgivelsene består her av barnehagen med personalressursen, organiseringen, metodene m.m. Faktor-samspills-modellen er lagt til grunn for vårt arbeid med utviklingen av observasjonsverktøyet. Ordet MIO er lånt fra Astrid Lindgrens bok med samme navn.

Prosjektgruppens erfaring er at mange førskolelærere mangler kunnskap om matematikkens innhold og om hvordan de kan arbeide med matematikk i barnehagen. Det var først i skoleåret 1997/98 at rammeplan for matematikk i førskolelærerutdanningen kom, og av den grunn er det også mange førskolelærere som aldri har fått fagkunnskaper på dette området. En svensk undersøkelse (Doverborg, 2006) viser at førskolelærere som skal delta i et kompetanseutviklingsprosjekt om matematikk i barnehage har snevre kunnskaper om hva matematikk er. Mange setter likhetstegn mellom matematikk og regning, og mangler viktig kunnskap om matematikkens mangfoldighet. Det er grunn til å anta at norske førskolelærere ikke er så ulike de svenske i forhold til dette. Faren med dette er at ferdige læremidler kan få en altfor styrende rolle i barnehagens arbeid, eller at arbeidet går inn i skolestrukturens oppdeling i emner der man organiserer «førskoletimer» hvor barn trenes i å skrive tall og lære regneprosedyrer. Matematikk for førskolebarn må bygge på barnehagens tradisjon når det gjelder å bruke temaarbeid, og ikke minst leken og hverdagens mange muligheter. Førskolelærerne har en viktig oppgave med å skape situasjoner der barn utfordres i sin tenkning og kan prøve ulike strategier og løsninger.

Det er viktig at personalet anvender de riktige «matte-ordene» og bruker presise begreper i samtale med barna.

Hensikten med MIO er å øke kunnskapen om barns matematiske utvikling, hva matematikk kan være for små barn, hvordan barnehagen kan arbeide med matematikk, samt bidra til at barn som strever med dette området blir fanget opp på et tidlig tidspunkt. MIO bygges opp på samme måte som TRAS (Tidlig Registrering Av Språkutvikling), og målet er at MIO skal bli et nyttig verktøy for barnehagens arbeid med matematikk på samme måte som TRAS har blitt det for arbeidet med barns språklige utvikling. Det er å anbefale at TRAS benyttes først og at TRAS og MIO sees i sammenheng.

Innhold – teoretisk grunnlag

I utarbeidelsen av MIO har vi valgt å ta utgangspunkt i Magnes (2003) inndeling av tre hovedområder i den elementære matematikkundervisningen. Disse områdene er gjennom arbeidet med MIO blitt bearbeidet for å kunne bli anvendbare for vårt formål. De tre områdene er problemløsning (P-området), geometri og form (G-området) og tallforståelse (T-området). Hvert av disse tre områdene er igjen delt opp i to områder. Jeg vil i det følgende gi en kort presentasjon av disse.

P – PROBLEMLØSNING:
- Matematisk språkkunnskap
- Resonnering

Barnet lærer språk i sosiale sammenhenger, også det matematiske språket. Evnen til problemløsning i matematikken utvikles gjennom samtaler om hverdagsproblemer der barnet er aktiv deltaker. Språkforståelsen vies oppmerksomhet og inngår som en naturlig del av problemløsningen.

Det er mange begrep det er viktig å fokusere på i førskolealderen, som for eksempel elementære kvalitetsord, ordensrelasjoner, likhetsrelasjoner, størrelsesrelasjoner, lengde, høyde, bredde, tykkelse og tyngde. MIOs observasjonspunkter berører flere av disse begrepene.

Problemløsning i hverdagen knytter seg til lekeaktiviteter, mat og måltid, klær og hygiene, hus og familie. Et eksempel er borddekking i barnehagen. Hva trengs for å spise den aktuelle maten, hvor skal ting plasseres og hvor mange skal det være osv.?

G – GEOMETRI OG FORM:
- Form og posisjonsforståelse
- Persepsjon, mønstre og skape orden

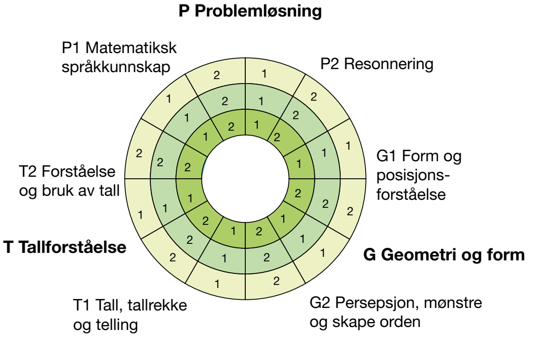
Dette området innbefatter kroppsforståelse, formforståelse, romtenking og målinger. For det minste barnet starter dette området med kroppsforståelsen. Barnet skjønner ordene for de ulike kroppsdelene og kjenner deres plassering på kroppen. Når barnet gjør erfaringer med å bygge, tegne og modellere med ulike materialer, utvikles barnets abstrakte erfaringer om geometriske former. Barnet ser, skjønner og lager egne mønstre.

T – TALLFORSTÅELSE:

- Tall, tallrekke og telling
- Forståelse og bruk av tall

Tallforståelse forutsetter evnen til å forstå organisering, spesielt tallenes innbyrdes orden. Barnet gjør de første erfaringene som kan settes i forbindelse med tallforståelsen, i sine første leveår. Dette gjøres ved å skille mellom stort og smått og se mengder i forhold til antall. Det begynner også etter hvert å gruppere og klassifisere ulike gjenstander. Områder som er knyttet til tallforståelse er mønstre, klassifisering, pardannelse, sortering, grunntall, ordenstall, tallregler og peketelling. MIO legger vekt på barnets interesse for tallord, tallramsen, tellesanger/regler og peketelling. Hverdagsaktiviteter og lek er også her utgangspunktet for at barnet gjør sine egne erfaringer og gradvis utvikler en forståelse på området.

Det er alltid store utfordringer med å kategorisere og foreta oppdelinger. Det er det også i dette arbeidet. Etter den første utprøving har vi foretatt endringer, noe vi antakelig også vil gjøre etter neste utprøving. Utprøvingene av MIO er betydningsfulle med hensyn til dette.



Figur 2: «MIO-sirkelen»

MIO-sirkelen er bygd opp på samme måte som den er gjort i TRAS. Observasjonspunktene er organisert etter de tre hovedområdene med sine oppdelinger (se figur 2). Sirkelen består av tre sirkler som angir barnets alder. Den innerste sirkelen representerer alderen 2–3 år, den midterste sirkelen representerer alderen 3–4 år og den ytterste sirkelen representerer alderen 4–5 år.

Observasjonspunktene er nært knyttet til barns egen aktivitet og lek. Flere førskolelærere har underveis i prosessen bidratt aktivt med sine praktiske erfaringer på dette feltet.

Punktene er utformet som påstander, ikke som spørsmål, f.eks.: *«Viser at det skiller mellom ulike former»* og *«Bruker begrep som angir forholdet mellom størrelser. (F. eks. ballongen er lettere enn steinen, jeg har lengre hår enn deg.)»*. Punktenes vanskelighetsgrad skal være på et slikt nivå at de aller fleste barn mestrer dem. Dersom de ikke viser mestring, vil personalet på bakgrunn av observasjonene få et presist grunnlag for å tilrettelegge for lek og aktiviteter slik at barna får utfordringer og erfaringer tilpasset eget utviklingsnivå.

Ved å bygge en solid kjeller i matematikkens hus allerede hos førskolebarn og på skolens begynnertrinn, har vi som mål å redusere det antall barn som senere vil komme til å streve med matematikken i skolen.

Observasjon

I rammeplanen (2006) står det at barnehagen skal støtte hvert enkelt barns utvikling ut fra dets egne forutsetninger. Tilbudet som gis skal være individuelt tilpasset og likeverdig, og utfordringene skal være tilpasset barnet. Basert på barnehagens tradisjon er observasjon en metode som benyttes for å få innsikt og kunnskap om hvert barns utvikling og læring. Observasjonene forgår i det daglige arbeidet i barnehagen. Barnet observeres i lek, hverdagsaktiviterer og i mer organiserte aktiviteter/temaarbeid.

MIO er et systematisk tilrettelagt observasjonsverktøy som belyser barnets matematiske utvikling. Dette må ikke forveksles med en standardisert test. MIO skal aldri benyttes på den måten at barnet blir plassert på et eget rom hvor den voksne stiller barnet spørsmål med utgangspunkt i observasjonspunktene. For å benytte MIO er det en forutsetning at personalgruppen har satt seg inn i det teoretiske grunnlaget og har en solid forståelse av de ulike observasjonspunktene. På samme måte som TRAS-skjemaet er det også hensikten at MIO-skjemaet skal fylles ut i et fellesskap hvor hele personalgruppen deltar og bidrar med sine observasjoner. På den måten kan gruppen reflektere over hva de har observert, og videre legge til rette for at hvert enkelt barn og barnegruppa får betydningsfulle erfaringer og opplevelser for videre utvikling og læring. Observasjonene bidrar også til at personalet blir mer bevisst de barn som sjelden oppsøker nye situasjoner og i liten grad kommuniserer sine interesser. Personalet har et særlig ansvar for å vekke interessen hos disse barna (Rammeplanen, 2006).

Fremdrift – videre arbeid

Høsten 2005 ble det første utkastet av observasjonsskjemaet prøvd ut på ca. 600 barn fra 12 ulike bykommuner og mindre landkommuner. Hensikten med denne første utprøvingen var bl.a. å redusere antall observasjonspunkt til 2 på hvert område, med basis i en itemanalyse av materialet. I tillegg har førskolelærernes erfaring med utprøvingen gitt oss verdifull informasjon for den videre utviklingen av MIO. I løpet av 2006 skal den andre versjonen av MIO prøves ut i andre kommuner. Det vil bli foretatt en reliabilitetsundersøkelse med basis i materialet og vi vil også se på hvordan sammenhengen med TRAS er. Det kan være interessant å se på eventuelle ulikheter mellom de forskjellige kommunene. Vurderingene vil danne basis for den begynnende implementering og problemstillinger knyttet til dette.

På bakgrunn av den andre utprøvingen utformes det endelige observasjonsskjemaet og en håndbok. Håndboken vil inneholde en beskrivelse av det teoretiske grunnlaget, en redegjørelse for utarbeidelsen og ideer til ulike matematikkaktiviteter i temaarbeid, lek og hverdagssituasjoner. Planen er at MIO skal være ferdig til lansering i 2007. ■

Note

[1] Etter en idé av Ingrid Olsson.

Referanser:

ANDRESSON, M. (2006). En matematikers syn på lärande i tidiga år. I: G. Emanuelsson og E. Doverborg (red). *Matematikk i förskolan.* NämnarenTEMA. Göteborg: Göteborgs universitet, Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM.

DOVERBORG, E. (2006). Lärare lär. Utvärdering av ett pilotprosjekt. I: G. Emanuelsson og E. Doverborg (red). *Matematikk i förskolan.* NämnarenTEMA. Göteborg: Göteborgs universitet, Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM.

DOVERBORG, E. OG G. EMANUELSSON (2006). *Små barns matematikk.* Göteborg: Göteborgs universitet, Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM.

DOVERBORG, E. OG I. P. SAMUELSSON (2001). *Små barn i matematikkens verden.* Oslo: Pedagogisk Forum.

GERSTEN, R., N. C. JORDAN OG J. R. FLOJO (2005). Early Identification and Interventions for Students With Mathematical Difficulties. *Journal of Learning Disabilities, vol. 38, no. 4/2005*, pp. 293–304.

JAHR, E. (1996). Matematikk i barnehage og skole. I: M. J. Høines (red). *De små teller også.* Bergen: Caspar Forlag.

LOV OM BARNEHAGER (BARNEHAGELOVEN) (2005). Oslo: Kunnskapsdepartementet.

LUNDE, O. (2003). Språket som fundament for matematikkmestring. *Spesialpedagogikk, 1*, s. 38–44.

MAGNE, O. (1998). *Att lyckas med matematikk i grundskolan.* Lund: Studentlitteratur.

MAGNE, O. (2003). *Barn oppdager matematikk*. Aktiviteter for barn i barnehage og skole. Klepp: Info Vest Forlag.

MAGNE, O. (2005). Essä 1, *Matematikundervisningens huvuddelar.* Malmö: Upublisert.

MAZZOCCO, M. M. M. OG R. E. THOMPSON (2005). Kindergarten Predictors of Math Learning Disability. *Learning Disabilities Research & Practice, vol. 20, no 3* (2005), pp. 142–155.

NYHETSBREV OM BARNEHAGE. Nr. 1, 2006. Oslo: Kunnskapsdepartementet.

RAMMEPLAN FOR BARNEHAGEN (Q-0903 B) (1995). Oslo: Barne- og familiedepartementet.

RAMMEPLAN FOR BARNEHAGEN (2006). Oslo: Kunnskapsdepartementet.

REIKERÅS, E. K. L. OG I. H. SOLEM (2001). *Det matematiske barnet.* Bergen: Caspar Forlag.

STERNER, G. (2000). Matematikk och språk. I: Wallby, K., G. Emanuelsson, B. Johansson, R. Ryding og A. Wallby (red). *Matematik från början.* NämnarenTEMA. Göteborg: Göteborgs universitet, Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM.

SØNNESYN, G. (2005). Å overvinne barrierer i arbeidet med å lære matematikk – eller å førebyggje ved grunnleggjande begrepslæring. *Spesialpedagogikk*, 10, s. 16–26.

PROSJEKTGRUPPEN BESTÅR AV:

Hilde Skaar Davidsen, prosjektleder, Forum for matematikkmestring, Sørlandet kompetansesenter
Inger Kristine Løge, Senter for atferdsforskning, Universitetet i Stavanger
Olav Lunde, Forum for matematikkmestring, Sørlandet kompetansesenter
Tone Dalvang, Forum for matematikkmestring, Sørlandet kompetansesenter
Elin Reikerås, doktergradsstipendiat, Universitetet i Stavanger
Jarl Formo, avdelingsleder, Sørlandet kompetansesenter

Fra praksis til forskning til praksis

av ARNE ØSTLI

Professor (emritus) Snorre Ostad ved Universitetet i Oslo startet matematikkvansker som et eget fagområde i Norge.

Hans vitenskapelige virke har bl.a. resultert i to doktorgrader. Gjennom sitt arbeid har han høstet stor internasjonal anerkjennelse. Svært mange spesialpedagoger kjenner Ostad som en engasjert foreleser.

– Jeg har vært interessert i matematikk helt fra barneskolen, sier Ostad til Spesialpedagogikk på spørsmål om hva som fikk han til å velge matematikkvansker som arbeidsområde og forskningsfelt. Han forteller videre at matematikk har vært sentralt gjennom hele utdanningsforløpet som via lærerutdanning og hovedfag i pedagogikk brakte ham til Høgskolen i Bodø. Her underviste han bl.a. i matematikkmetodikk.

I begynnelsen var intet

– Den direkte foranledningen var nok en henvendelse fra professor Gjessing på slutten av 60-tallet, fortsetter Ostad. Han ønsket at matematikkvansker skulle utvikles til et eget fagområde på den daværende Spesiallærerhøgskolen. Per Kiil, på den tiden redaktør i Spesialpedagogikk, hadde også sett behovet for at vi skulle komme i gang med matematikkvansker, og han oppfordret Ostad til å skrive om temaet. Dette var et nybrottsarbeid som Ostad takket ja til.

– Erfaring fra grunnskole og institusjonsskoler hvor jeg også møtte elever med lærevansker kom godt med, sier Ostad som også nevner at Olof Magne var et forbilde og en inspirator. Hans «Matematikksvårigheter» var en grunnbok på feltet i Norge.

– I en periode ble jeg kalt «Norges Olof Magne», sier Ostad med et smil.

Utvikling av materiell ga data til forskning

– Innledningsvis hadde jeg ikke tanker om forskning. Jeg hadde fått i oppdrag å lage matematikkmateriell for synshemmede og senere hørselshemmede, men systematisk utprøving akkumulerte data som kunne brukes til forskning i etterkant. På en måte var det den motsatte vei, forteller Ostad. Kunnskapsutvikling ble en følge av utviklingsarbeidet og et godt eksempel på vekselvirkning mellom teori og praksis.

Dette materiellet er senere oversatt til mange språk, og det var med å gjøre Ostad til en kjent person i internasjonale miljøer.

Kunnskapsutvikling

Disse større prosjektene ble starten på mange års kunnskapsutvikling.

– Det er viktig for meg å få fram at jeg har fulgt opp hele linjen fra kunnskapsutvikling til praksis, understreker Ostad.

Forholdet mellom strategibruk og læring er et gjennomgående trekk i Ostads forskning. Hva er god kunnskap bestemt av og hva er hensiktsmessig lagring?

– Læring er en funksjon av de læringsstrategiene som er brukt, fremholder han og fortsetter med å si at han gjorde den bemerkelsesverdige observasjonen at elever med matematikkvansker ikke lagret kunnskap i lydmessig format.

– Det ble viktig få synliggjort fonologiske lagringsmekanismer. Hvordan influere på lagring og henting av kunnskap, og hva skjer når vi systematisk stimulerer den indre stemmen? Et opplegg for dette prøves nå ut i Hå kommune, og erfaringer tyder på at *elevene ikke lærer mer men annerledes, dvs. med bedre kvalitet,* forklarer Ostad.

En omtale av deler av dette arbeidet har Margit Askeland gitt i artikkelen: Strategiopplæring i multiplikasjon – erfaringer med metodisk opplegg med indre tale som pedagogisk virkemiddel. (Se nr. 10/05).

– Dette er nybrottsarbeid også internasjonalt, sier Ostad.

Mye å glede seg over

– Jeg vil gjerne nevne tre ting som gleder meg, sier Ostad. (Det skulle vise seg å bli fire).

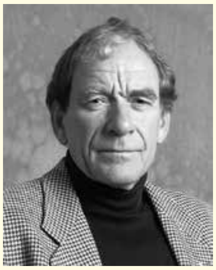
– For det første har det utviklet seg en omfattende interesse for fagområdet. Det er helt enestående, og det er etablert fagmiljøer som ivaretar ulike sider ved matematikkvansker: didaktisk, kognitivt og psykologisk, for eksempel i Kristiansand, Sortland og Stavanger.

– Det andre som gleder meg er den gode og generøse kommunikasjonen vi har mellom de ulike miljøene i Norge. Dette er faktisk spesielt for Norge.

– Det er også svært gledelig at flere og flere av dem som er nærmest ungene har fått forståelse for at opplegg for elever med matematikkvansker bør være forskningsbasert.

– Det siste jeg vil nevne er at det er oppmuntrende at norsk forskning har fått stor anerkjennelse i utlandet. Det kommer til uttrykk på flere måter: som artikler i anerkjente internasjonale tidsskrifter og som sitater og referanser i andres arbeider. Det er selvsagt hyggelig å være blant de mest refererte i en slik sammenheng, avslutter Ostad like entusiastisk som da vi møtte ham for første gang for mer enn 30 år siden. ■

En samlet oversikt over Ostads vitenskapelige arbeid finnes på: http://folk.uio.no/snorreo



Snorre Ostad har høstet stor internasjonal anerkjennelse for sitt langvarige arbeid med matematikkvansker.

«Regnehuller» og addition

Hvad bør man som lærer være opmærksom på i indskolings-matematikken for at undgå at en elev møder et «regnehul»?

Hvis man som lærer tror, at læring af matematik kan beskrives som en lineær vækst startende med de fire regningsarter og med forskellig hastighed alt efter den enkelte elevs forudsætninger og interesser, kan ens undervisning let komme til at bygge på en misforståelse, som kan medføre alvorlige vanskeligheder med matematik for eleverne.

av LENA LIDENSKOV

Lena Lindenskov arbeider ved Danmarks Pædagogiske Universitet, Institut for Curriculum-forskning, København.
lenali@dpu.dk

av PETER WENG

Peter Weng arbeider ved Danmarks Pædagogiske Universitet, Institut for Curriculumforskning, København.
weng@dpu.dk

Udgangspunktet for vores inddragelse af termen «regnehuller» som et redskab i arbejdet med matematikvanskeligheders er mangesidet (Böttger m.fl., 2003). En af grundene er, at matematikken af mange bliver opfattet som deduktiv og kumulativ i sin natur, hvilket kan være problemskabende for elevers læring af matematik på begyndertrinnet, fordi opfattelsen kan blokere for en forståelse for, at mennesker godt kan lære nogle matematiske begreber og ikke andre uden at denne læring skal ske i en bestemt rækkefølge. Nogle mennesker kan have svært ved at lære de fire regningsarter, men have let ved at lære begreber som længde, areal og rumfang. Hvis man som lærer tror, at læring af matematik kan beskrives som en lineær vækst startende med de fire regningsarter og med forskellig hastighed alt efter den enkelte elevs forudsætninger og interesser, kan ens undervisning let komme til at bygge på en misforståelse, som kan medføre alvorlige vanskeligheder med matematik for eleverne. Desværre tror vi ikke en sådan snæver opfattelse er helt ualmindelig, *og vi ønsker med termen «regnehuller» at støtte en bredere opfattelse af, hvordan matematiklæring kan foregå.*

Den snævre opfattelse tror vi kan bunde i, at der generelt er for lidt systematisk viden om de vanskeligheder elever har med at lære matematik og for lidt viden om hvilke støtteforanstaltninger, der kan og bør igangsættes, når der opstår vanskeligheder med en elevs udvikling af matematiske begreber og deres anvendelse.

For at kunne støtte elever i deres begrebsudvikling, er det nødvendigt, at læreren har en viden om, hvilket udgangspunkt og strategier eleven anvender i sit arbejde med matematiske begreber og processer, samt hvilke vanskeligheder der kan være knyttet hertil. Denne viden er dog ikke af megen værdi, hvis den ikke er knyttet til en viden om mulige faglige veje, læreren kan gå for at støtte eleven i at komme videre fra vanskelighederne. Vi mener ikke, det er tilstrækkeligt med viden om elevens rent faglige udvikling og muligheder for videre faglig udvikling, for elevens situation og eventuelle vanskeligheder må ses med et helhedssyn, men det går heller ikke uden det faglige fokus. Vi ønsker med termen «regnehuller» at støtte, at man ser detaljeret på elevernes faglige forståelser og åbner op for forskellige faglige måder at håndtere vanskeligheder på.

Vi har to teoretiske argumenter for behovet for at udvikle nye og supplerende tilgange til matematikvanskeligheder. For det første er der behov for at kunne se oplevede vanskeligheder som vanskeligheder, der vedrører bestemte specifikke dele og aspekter af matematik, i stedet for kun at kunne se vanskeligheder som noget vedrørende alle dele og aspekter. For det andet er der behov for at få et stærkt fokus på vanskeligheder, så vanskelighederne ikke tabes af syne i – de bestemt meget relevante og påtrængende – bestræbelser på at etablere en god matematikundervisning, der passer de fleste. For udfordringen fra Salamanca

deklarationen (Unesco, 1994) er ikke alene at integrere og rumme alle elever. Udfordringen er *inklusion*, hvor også læringen hos elever, der oplever vanskeligheder, får betydning for undervisningen og læringen generelt. Her mener vi, at netop ordet «regnehuller» har spændende og inspirerende metaforiske betydninger, som kan være et vigtigt supplement til andre tilgange, og som inviterer til på den ene side at fokusere på vanskeligheder og samtidig på den anden side være åben for potentialer og pragmatisk vælge blandt de forskellige muligheder for handling.

Udgangspunktet er for os ikke eleven, men netop vanskeligheder der kommer til syne i elevens møde med matematik, og vanskelighederne er som udgangspunkt knyttet til et delområde af matematik. Matematik opfatter vi i denne sammenhæng som et landskab, hvori eleven har mulighed for oplevelser og for at udvikle matematiske begreber og kompetencer. Den enkelte elev bevæger sig rundt i landskabet med sine individuelle forudsætninger, potentialer, behov og motivering, som sammen med undervisningsforhold vil være med til at afgøre, i hvilket omfang der opstår regnehuller, hvor eleven står i stampe, og hvor der ingen udvikling er i den matematiske læring.

I denne artikel vil vi fokusere på at knytte begrebet «regnehuller» til konkret praksis i matematikundervisningen i et forsøg på at folde begrebet ud i forhold til et empirisk udgangspunkt. Vi ønsker at udvikle begrebet i tilknytning til længerevarende studier i almindelige skoleklasser, hvor både elevers, læreres og forældres stemmer høres. Vi vil her fortælle om et igangværende projekt på en skole i hovedstadsområdet i Danmark, hvor målet er at følge og give beskrivelser af tolv elevers faglige og holdningsmæssige udvikling i faget matematik på det treårige begyndertrin, hvor vi beskriver opståede og mulige fremtidige vanskeligheder ved hjælp af begrebet «regnehuller», og hvor vi analyserer mulige handlinger til forebyggelse og afhjælpning af disse. I undersøgelsen indgår der foreløbig:

- Observationer af undervisningen i seks uger i to 1. klasser og en 2. klasse
- Individuelle samtaler om løsning af opgaver og om opfattelser og holdninger i relation til matematik. Varighed: tre gange en lektion med hver elev
- Interviews med matematiklærerne
- Spørgeskema og interviews med forældrene til de tolv elever

I det følgende vil vi inddrage eksempler på elevtænkning omkring læring og undervisning på begyndertrinnet. Vi starter med at præsentere nogle handlinger og ytringer fra elever i de to førsteklasser. Vi giver en analyse af det matematiske indhold, der kan være på spil heri, samt diskuterer eksemplerne med henblik på hvad der på længere sigt kan vise sig at blive problematisk for den videre læring og som i værste fald fører til «regnehuller». Det kan alene blive en udforskende diskussion. Undersøgelsen er stadig i gang, og eleverne er kun nået til anden klasse nu. Afslutningsvis vil se på, hvordan man både i den almindelige undervisning og i specialundervisning kan støtte og afhjælpe, så en elevs møde med et «regnehul» ikke bliver fatal, men tværtimod vitaliserer den fortsatte læring. Eksemplerne omhandler addition.

Vi ønsker med termen «regnehuller» at støtte, at man ser detaljeret på elevernes faglige forståelser og åbner op for forskellige faglige måder at håndtere vanskeligheder på.

Indikationer på udvikling af «regnehuller» om addition

Addition er nærmest som en naturlov den første operation med de naturlige tal, eleverne kommer til at arbejde med i matematikundervisningen, når de starter i skolen. Derefter kommer de tre øvrige basisoperationer ligeledes som en slags naturlov: subtraktion, multiplikation og division. Det hensigtsmæssige i dette indgangsritual for skolens matematikundervisning kan diskuteres, og ikke mindst i relation til elever med særlige behov i matematik. Men det er ikke rimeligheden af en sådan start med matematikken, vi ønsker at diskutere i denne artikel, men en fokusering på hvordan starten med basisoperation addition kan have afgørende betydning for, at nogle elever udvikler deres læring af matematik på måder der på et tidspunkt vil kunne føre dem til et «regnehul», og hvor eleverne må betegnes som elever med særlige behov, når det gælder læring af matematik. Ligesom erhvervelsen af forståelser og færdigheder inden for addition har betydning, så har også elevens og omgivelsernes opfattelse af hvad matematik er for noget også stor betydning for udviklingen af holdning til faget og tro på egne evner til få noget godt ud af mødet med faget.

Addition med encifrede tal indgår i 1.klasse. To konkrete eksempler kan være $6 + 2$ og $5 + 6$. Den grundlæggende matematiske aktivitet for denne operation er at *tælle*, og aktiviteten kommer til udtryk på mangfoldige måder hos eleverne. Her er seks eksempler, vi har observeret:

- Eksempel 1 (om $6 + 2$): Eleven tæller med støtte af en lineal startende på tallet 1 og tæller til 6, hvorpå der tælles to enheder videre, så eleven når frem til tallet 8. Med samme støtteredskab kan eleven starte med 6 i stedet for 1.

- Eksempel 2 (om $6 + 2$): Samme strategi som i eksempel 1, men eleven bruger fingrene i stedet for en lineal.

- Eksempel 3 (om $6 + 2$): Eleven tæller løse genstande, for eksempel centicubes, først tælles til en bunke på 6 fysiske genstande, ved at eleven tæller ved at sige tallet 1, mens eleven fysisk tager en centicube, og så samme proces fra 2 til 6. Derpå tælles endnu engang til en bunke på 2. Afsluttende tæller eleven fra 1 til 8 ved at berøre eller pege på hver enkelt centicube.

- Eksempel 4 (om $5 + 6$): Hvis additionen resulterer i et tocifret tal, som ved $5 + 6$, kan strategien være først at tælle til 10 og så videre derfra. For eksempel ved anvendelse af en faktuel viden om de såkaldt «gode tier-venner», som er talpar med summen 10.
  For at kunne anvende denne viden skal eleven også vide at $6 = 5 + 1$ således at viden og tænkning ved hjælp af $5 + 5 = 10$ og $6 = 5 +1$ kan føre til et ræsonnement som med symbolsprog kan udtrykkes som $5 + 6 = 5 + (5 + 1) = (5 + 5) + 1 = 10 + 1 = 11$.[1]

- Eksempel 5: En anden talremse, som en elev gjorde brug af, var remsen $1+1 = 2$, $2 + 2 = 4$, …, $9 + 9 = 18$ og $10 + 10 = 20$. Denne remse har begrebsmæssigt indbygget «det dobbelte» i sig, men for denne elev var dette begreb ikke i spil. Det var en remse af faktuelle summer, tilegnet som en remse, som fungerede som et redskab ved additioner sammen med viden om opdeling af tal, hvor for eksempel $6 + 8$ blev opfattet som først $6 + 6 = 12$ og dernæst $12 + 2 = 14$ gennem en viden om at $8 = 6 + 2$.

- Eksempel 6: Eleven tæller ikke, men har lært sig «sum-billeder» som $5 + 6 = 11$, og vil ofte, på et spørgsmål om hvorfor summen er 11, svare:

> «Det ved jeg bare at det er!» At eleven har «sum-billeder» behøver ikke at være resultatet af en begrebsdannelse grundet i forståelse af addition, men kan komme fra remse-læring.

Ved skolestart har elever allerede udviklet visse tællestrategier, og der er undersøgelser der tyder på, at mennesker meget tidligt i livet opfatter talstørrelser. Aktiviteten tælle synes også at være en grundlæggende aktivitet for mennesket på tværs af alle kulturer (Bishop, 1988). Måske forekommer aktiviteten os så «naturlig», at vi som matematiklærere overser de forskellige tællestrategier, som eleverne på begyndertrinnet benytter sig af. En forskellighed som også kommer til syne blandt voksne. Konstaterer man som matematiklærer blot, at «Ole bruger fingrene til at tælle» og ikke nærmere undersøger, hvornår og hvordan eleven Ole bruger fingrene i sin tællestrategi, udnytter man ikke det potentiale der er for at kunne støtte eleven i sin udvikling af et modent additionsbegreb, hvor Ole kan addere uden at tælle en ad gangen eller være nødt til at gennemføre andre en til en korrespondancer.

Lad os se nærmere på eksemplerne 1–6 fra observationerne. De kan blandt andet relateres til to modeller for addition, som man kan lægge til grund for elevens opfattelse af additions-begrebet, the aggregation model – og the augmentation model of addition (Haylock, 1991). Modellerne, som vi i vores danske oversættelse vil kalde *sammenknytningsmodel* og *øgningsmodel*, peger på to måder at tænke addition på og to kategoriseringer af problemstillinger, der løses ved addition.

Sammenknytningsmodellen er eksemplificeret i eksempel 3, hvor additionen gennemføres af eleven ved manipulation af 6 fysiske genstande med 2 andre fysiske genstande. Denne elev afsluttede så ved at tælle den sammenknyttede bunke fra 1 til 8 og samtidig berøre hver enkelt centicube.

Øgningsmodellen finder sted i den situation, eksempel 1 og 2, hvor eleven for eksempel bruger en lineal og tæller 6 frem fra 5 til 11. Det synes som om brugen af lineal umiddelbart i højere grad støtter øgningsmodellen end sammenknytningsmodellen.

Disse to måder at anvende addition på kan være vigtig for læreren at være opmærksom på, når læreren skal vurdere elevernes tilgang til forskellige problemstillinger, da måderne kan give informationer om, hvordan eleven tænker og kan tænke om addition. Ligeledes er det vigtigt at være opmærksom på talremsens funktion for eleven. For eksempel har vi i en samtale om addition med en elev observeret, hvor afhængig en elev kan være af at kunne talremsen. Den ordinale egenskab ved de naturlige tal blev her brugt til at sætte lyd på tallene. Når eleven i forbindelse med 12 + 7 blev spurgt: «Hvad hedder stykket?B, så skulle hun først have fat i linealen og tælle højt fra 1 og op til symbolet 12. Da hun i sin tælleremse var nået til lyden «tolv», kunne hun sige at stykket hed «tolv plus syv». Samme procedure brugte hun til det mundtlige spørgsmål: « Kan du skrive tallet sytten?»

Matematik opfatter vi i denne sammenhæng som et landskab, hvori eleven har mulighed for oplevelser og for at udvikle matematiske begreber og kompetencer.

Hun tog fat i linealen og talte sig frem fra 1 og opefter indtil lyden «sytten» og skrev derpå symbolet 17. Når en elev vedholdende har som strategi at bruge lineal ved addition, kan det have flere årsager, som matematiklæreren må prøve at undersøge for at kunne støtte eleven. For denne elevs vedkommende hænger strategien sammen med, at hun kender lydnavnene i talremsen, men ikke kender de enkelte tals lydnavne uafhængigt af remsen, og man kan må formode, at den kardinale talforståelse er svag.

Blot at øve sig på opgaver eleven har fejlet i, er problematisk. Det hverken fylder op, bygger bro eller går udenom.

Foruden den grundlæggende tælleaktivitet er der vigtigt at sætte sig ind i, hvilke «sum-billeder» den enkelte elev har og af hvilken type de er, samt den kontekst de fremtræder i. Konteksten kan f.eks. indeholde forskellige slags ting, som eleven ikke ser mening med ved addition at finde det samlede antal for. Eleven skal begrebsmæssigt omkategorisere genstande der skal adderes, når der f.eks. spørges: «Der er 5 æbler og 6 pærer, hvor mange er der i alt?». For nogle elever giver det ikke umiddelbart mening at addere antal æbler og antal pærer, og de må først kunne opfatte det som 5 frugter + 6 frugter for at kunne gennemføre en meningsfuld addition.

Elevens strategier og modeller som i ovennævnte eksempler må en matematiklærer have opmærksomhed mod og indsigt i for at kunne forebygge og afhjælpe vanskeligheder, som allerede kan vise sig ved matematikundervisningens start, og som hvis de ikke bliver tacklet med det samme på en faglig, didaktisk og pædagogisk måde kan føre til mere kroniske vanskeligheder som «regnehuller» er en metafor for. Vanskeligheder skal have en vis kronisk karakter for at blive til et «regnehul», hvor eleven har stoppet sin udvikling af et eller flere begreber i et bestemt område af matematikken. Alle oplever vanskeligheder i deres læringsproces, men det er, når de ikke tackles relevant, og eleven bliver hængende i de samme vanskeligheder, at der kan tales om et «regnehul» som beskrivelse for en tilstand den enkelte elev er kommet i sin matematiske udvikling på et bestemt afgrænset område.

Man kan ikke fra enkeltstående observationer af eleverne i første klasse konkludere, at der er opstået vanskeligheder der vil lede til «regnehuller». Men man kan konkludere, at der må være professionel opmærksomhed rettet mod, hvordan det udvikler sig, når f.eks.:

- en elev er afhængig af «remse – tælling», hvor eleven er afhængig af at starte forfra fra 1 for at finde tallenes ordinale egenskaber
- en elev er knyttet til et bestemt hjælpemiddel som fx lineal, fingre, centicubes, osv.
- en elev har svært ved at huske «gode venner»
- en elev ikke har nogen «sum-billeder»

Observationerne i sig selv er ikke nødvedigvis udtryk for vanskeligheder med læring af addition, men er indikationer der kræver lærerens opmærksomhed, således at strategierne ikke udvikler sig til vanskeligheder, der leder til et «regnehul». Vi støtter os her på opfattelsen af, at observationerne kan være tegn på udviklingsfaser, som eleverne bevæger sig videre fra, og kun langtidsstudier kan vise, om de faktisk blev til blindgyder. (Ahlberg, 1997, s.101)

I stedet for at forsætte med at lade eleven forsøge sig med endnu flere opgaver af samme slags, må man som lærer prøve at støtte eleven på andre måder.

Hvordan kan en elevs møde med et «regnehul» bliver vital og ikke fatal?

En elev, der møder et «regnehul», er kommet i en situation, hvor forudsætninger og potentialer i og omkring eleven ikke umiddelbart er tilstrækkelige for, at eleven kan komme videre i sin læringsproces. Eleven må have støtte på et grundlag, der kræver en dyb indsigt og erfaring med elevtænkning og elevaktivitet i relation til matematik. Kun på en sådan baggrund vil læreren være i stand til at kunne opfange de signaler, der vil komme fra eleven om dennes tænkning og aktivitet. Det kan f.eks. dreje sig om, hvordan eleven forholder sig de to modeller at opfatte addition på.

Når en lærer opdager, at en elev har problemer med basisfærdigheder i de fire regningsarter, så er der risiko for, at denne opdagelse sker på baggrund af, at eleven har svært ved korrekt at gennemføre procedurer med regningsarterne. Det kan være opdaget ved, at eleven ikke kan anvende gennemgåede algoritmer i kontekstfrie opgaver. Det er desværre nogle umiddelbart nærliggende idéer, at sådanne store vanskeligheder skyldes, at eleven ikke er motiveret, eller at eleven ikke har trænet så meget som netop denne elev har behov for, og derfor er det et nærliggende forslag at lade eleven få flere opgaver af samme slags. Men disse idéer og forslag strider imod begrebet om «regnehuller» og også imod en række andre opfattelser af matematikvanskeligheder.

Skulle eleven få så store vanskeligheder med læring af addition, at der sker en stagnering i udviklingen, må man som lærer overveje, hvordan man igen får igangsat elevens matematiske udvikling. Det metaforiske indhold i «regnehuller» inviterer til at se forskellige faglige måder at omgås vanskelighederne. Billedligt udtrykt kan man fylde «regnehullet» op ved at fylde på og forstærke de underliggende begreber og processer. Man kan også kompensere ved at bygge en bro henover, eller man kan gå udenom og (midlertidigt) bevæge sig på andre veje og i andre områder i det matematiske landskab, der kan give eleven nogle positive oplevelser med matematik, der er nødvendige for at der kan komme gang i en begrebsudvikling. Det kompensatoriske at bygge bro henover «regnehullet» kunne for additions vedkommende være at lade eleven bruge lommeregner eller andre hjælpemidler til at arbejde med addition i kontekster, der er meningsfulde for lige netop denne elev. Et nyt område i det matematiske landskab kunne være at arbejde med arealer ud fra konkrete materialer, hvor addition indgår indirekte, men det kunne også være noget helt andet uden forbindelseslinjer til addition, alt afhængig af den enkelte elev.

Blot at øve sig på opgaver eleven har fejlet i, er problematisk. Det hverken fylder op, bygger bro eller går udenom. Som det f.eks. er påpeget af Herbert P. Ginsburg, så gøres det til et problem ikke at kende de fakta om tal, der findes som tabeller, i den udstrækning undervisningen kræver, at eleverne kan tabellerne udenad. Men det er ikke et problem, hvis læreren fokuserer på elevernes forståelse, på at de bygger videre fra konstatering af nogle fakta om tal til andre fakta om tal og på at eleverne anvender hjælpemidler på relevante måder – hvilket alt sammen i øvrigt vil lette presset på elever med relativ svag hukommelse (Ginsburg, 1997, s.31).

I stedet for at forsætte med at lade eleven forsøge sig med endnu flere opgaver af samme slags, må man som lærer prøve at støtte eleven på andre måder. En af dem er at forsøge at fokusere på forståelsen af de begreber, der ligger til grund, eller af de algoritmer som eleven har problemer med at lære. Det kan være langt mere værdifuldt at lade eleven lære at bruge lommeregner og arbejde med begreberne i for eleverne meningsfulde kontekster. Forståelse er vigtigt for alle elever, ikke mindst for elever der oplever vanskeligheder, og sammenhænge på langs i skolesystemet øger betingelserne for forståelse (se fx Sharma, 2003).

Begrebet «regnehuller» er supplement til andre begreber

Begrebet matematikmestring er foreslået af Olav Lunde for ikke at lade os snævre ind ved at fokusere på vanskeligheder, og for at styrke at særlige indsatser ikke krymper til at blive opbevaring og fastholdelse af ringe resultater på de områder, som eleverne har svært ved. (Lunde, 2003). Begrebet livsmatematik er foreslået af Olof Magne for at pointere, at indholdet i undervisningen skal være hensigtsmæssigt i forhold til eleven og elevens hele liv (Magne, 2004). Vores tilgang med «regnehuller» er ikke i modsætning til disse begreber, men er tænkt som supplement. Et supplement der tilstræber en dybtgående forståelse af det faglige indhold i vanskelighederne med henblik på at inspirere til en bred vifte af faglige handlemuligheder.

Vi forestiller os, at «regnehuller» kan blive en inspirerende metafor for lærerens opmærksomhed mod alle eleverne, og at de erfaringer læreren gør sig om det enkelte barns vanskeligheder i mødet med «regnehuller» kan blive både inspiration og ressource for den generelle undervisning i overensstemmelse med Salamanca deklarationen. ■

Note

[1] «Gode venner» kan for mange være starten på udviklingen af et vedvarende begreb om at tal kan opfattes som del af helhed og som summer til brug ved additioner. Der gælder for eksempel at 7 = 6 +1 = 5 + 2 = 4 + 3 = 3 + 4 = 2 + 5 = 1 + 6.

Referencer

AHLBERG, A. (1997). *Children's ways of handling and experiencing numbers.* Göteborg Studies in Educational Sciences 113. Göteborg Universitet.

BISHOP, A. J. (1988). Mathematics Education in its cultural context. In: *Educational Studies in Mathematics*, 19(2), 179–191.

BÖTTGER, H., G. KVIST-ANDERSEN, L. LINDENSKOV OG P. WENG (2004). Regnehuller. I: Engström, A. (red). *Democracy and Participation.* A Challenge for special Needs Education in Mathematics, s. 121–134. Örebro: Örebro University, Department of Education, Forskningskollegiet.

GINSBURG, H. P. (1997). Mathematical learning disabilities: A view from developmental psychology. In: *Journal of learning disabilities*, 30(1), 20–33.

HAYLOCK, D. (1991). *Teaching mathematics to low attainers*, 8–12. London: Paul Chapman Publishing Ltd.

LUNDE, O. (2003). Har eleven matematikkvansker – og hva skal vi gjøre for å opnå mestring? *Skolepsykologi, tidsskrift for pedagogisk-psykologisk tjeneste.* April 2003.

MAGNE, O. (2004). 2000-tallets nya tänkande i specialpedagogik i matematik. I: Engström, A. (red). *Democracy and Participation. A Challenge for special Needs Education in Mathematics*, s. 11–28. Örebro: Örebro University, Department of Education, Forskningskollegiet.

SHARMA, M. (2003). Vertical Acceleration – an instructional approach for adult learners. *Basic Skills Magazine*, sommer 2003, 23–28. London: Basic Skills Agency.

UNESCO (1994). *The Salamanca Statement and Framework for Action.* On Special Needs Education. Paris: Unesco.

Utredning av matematikkvansker i PPT

Hva gjør vi og hva bør vi gjøre?

av RUNE ALGELTIGER

Rune Aigeltinger er cand. paed. spec. og arbeider som pedagogisk-psykologisk rådgiver ved PP-tjenesten for Nøtterøy og Tjøme. ruaigel@online.no

Det er lite rutiner til hjelp i kartleggingen av matematikkvansker. Da blir det gjerne egne holdninger som bestemmer. Selv er jeg opptatt av at mange elever sliter vel så mye med handlingslammelse og slurv, som med manglende forståelse. Det er tydeligvis noe som gjør at de ikke får vist hva de kan på klasseprøver. Under klasseobservasjoner slår det meg ofte hvor lite noen klarer å få gjort, og det oser av indre motstand.

Tiden er en knapphetsfaktor i PPT. Jeg har problemer med å prioritere mer enn 3–4 timer med kartlegging sammen med eleven. Da får jeg tid til WISC, sjekk av ordhukommelse med Våletesten og grunnleggende tabellferdigheter i pluss og ganging. I tillegg går jeg gjennom tidligere prøver og forsøker ved bruk av dynamisk kartlegging[1] å få innblikk i hva som kan hjelpe eleven videre. Samlet gir dette også et innblikk i elevens arbeidsmåter og læringsstil. Jeg kaller ikke dette en kartlegging av matematikkferdigheter, men nøyer meg med å snakke om enkle regneferdigheter.

WISC-III fungerer som et effektivt verktøy for å få et innblikk i læringsevne og arbeidsmåter. Elevene reagerer positivt på den, selv om noen av spørsmålene er pinlig kronglete og kanskje dårlig oversatt (uinnbunden bok!). Tradisjonelle IQ-skårer er et sårt punkt, for vi vil jo egentlig ikke snakke om at det er store forskjeller i læringsevne. Men vi kommer ikke utenom at denne skåren ofte kan si oss noe om årsaken til læringsutbyttet, og at det kan bidra til en positiv realitets-orientering om forventningsnivå. De fleste med matematikkvansker ligger i området 85–70 som jeg kaller generelle fagvansker, men ved store sprik mellom deltestene kan totalen bli mindre viktig. Uansett viser jeg aldri IQ-skårene, og bruker prosentilene og de skalerte skårene til å forklare svake og sterke sider. Prosentilene forklarer jeg med ordlyden «ca. 5 % skårer svakere». De skalerte skårene, hvor 10 er gjennomsnitt og normalområdet er 7–13, brukes mest overfor andre fagfolk. I presentasjonen under står de skalerte skårene i parentes. Mange elever med mattevansker har imidlertid store sprik og tolkningen av hovedområdene verbal forståelse, visuell organisering, visuell/motorisk hurtighet og oppmerksomhet, blir vel så viktig som totalen. På tvers av dette kan det også være nyttig å se på generell informasjonshåndtering uavhengig av om den er verbal eller visuell.

Våletesten er en norsk normert variant av Lurias 10-ordsprøve og gir en oversikt over ordhukommelse og oppmerksomhetsspenn. Ord gjentas 12 ganger, og etter hver gang skal de gjengis etter hukommelsen.

Automatiserte tabellferdigheter innen pluss og ganging mener jeg er sentrale matematiske «avkodings-ferdigheter» for å låne et begrep fra lesefeltet. Her ønsker jeg meg normerte tester som kunne gi nyttig informasjon om utviklingsnivå over tid. Da hadde det blitt enklere å skille spesifikke vansker fra alle følgevanskene. Det er forøvrig besynderlig at lesefeltet har vært så mye mer opptatt av å lage normerte tester enn mattefeltet.

Hva gjør PPT med henvisninger om matematikkvansker? Kan spesifikke vansker skilles fra alt annet som gjerne følger med? Artikkelforfatteren spør om man tar seg nok tid, har kompetanse, og om hva som egentlig bør utredes? Han presenterer tre eksempler og håper det kan skape litt debatt og knytte noen kontakter.

Kjell har store spesifikke vansker

Kjell ble henvist i 8. klasse, og foreldrene hadde da vært bekymret over matematikken helt siden 2. klasse. Han hadde også en nesten uleselig håndskrift, men ikke leseproblemer.

Kjells resultater på verbal forståelse i WISC spriker slik at de er vanskelig å tolke. Han var svært svak på informasjon (4) og manglet faktakunnskaper som f.eks. antall cm i en dm, navn på verdenshav, avstand til Bergen og navn på verdens folkerikeste land. Han var noe under snittet på resonnering (8), og viste god ordforståelse og evne til å finne likheter mellom to begreper, hvor han skåret litt over gjennomsnittet (11). Den store forskjellen på faktakunnskaper og de andre oppgavene er ganske vanlig å se. Det kan tyde på at langtidshukommelsen er god og at han lærer seg godt det han får brukt tilstrekkelig tid på, men at han har problemer med å få med seg informasjon som ikke poengteres sterkt. Oppgaven informasjon er, slik jeg ser det, et godt barometer på hva en får med seg av kjedelig voksen faktainformasjon, altså skolestoff. Rundt 27 % skårer svakere på verbal forståelse, men spriket mellom faktakunnskaper og ordforståelse er verdt å legge merke til.

På utføringsoppgavene fikk han litt større vansker enn på de verbale spørsmålene, sannsynligvis fordi han jobbet langsomt. På visuell organisering klarte han fint puslespill (10) og noenlunde bildeutfylling (8), men han fikk store problemer med tegneserier (6) og terningsmønster (6). Kun ca. 13 % skårer svakere på visuell organisering, og det virker som han klarer oppgaver hvor han kan se helheten bedre enn oppgaver som krever faste rekkefølger.

På delen visuell/motorisk hurtighet viste han svært langsom skrivemotorikk på koding (2) som stemte godt overens med beskrivelsen av hans dårlige håndskrift. Problem med håndskrift forklarer imidlertid ikke hans svake resultatet på symbolleting (2), hvor han bare skal streke under ja eller nei. Han hadde to feil. Dette tyder på at han sliter med raskt å kunne skille delvis like symboler og har altså en noe langsom visuell oppfatningsevne. Kun rundt en promille bruker så lang tid på disse to oppgavene.

Under klasseobservasjoner slår det meg ofte hvor lite noen klarer å få gjort, og det oser av indre motstand.

På hoderegning (5) og tallhukommelse (4) som utgjør oppmerksomhetsskåren hadde han også store problemer. Hoderegningsstykker han ikke klarte var to ett-trinns tekststykker med innholdet 8 x 3 og 36 : 4. Han svarte 28 på 8 x 3 og var i nærheten av rett svar, men på 36 : 4 er det vanskelig å vite hvordan han fikk 20. Her tror jeg han mistet verdiene. Jeg spør ofte hvordan elevene kom fram til svaret hvis jeg tror dette ikke forstyrrer innsatsen videre. På baklengs tall-hukommelse klarte han kun to siffer, noe som tyder på svak arbeidshukommelse. Rundt 1 % skårer såpass svakt på delen oppmerksomhet.

En sjekk av noen ferdigheter innen matematikk viste også store problemer:

- Addisjon: store problemer med enkel hoderegning og hadde ikke automatisert 10-vennene og gjorde feil som 3 + 5 = 15, 5 + 6= 7, 1 + 66 = 77.
- På hoderegningstesten klarte han åtte plussoppgaver på to minutter, og kun tre var rette. Dette er det svakeste resultatet jeg har sett.
- Deling: kunne ikke sette opp utregningen av 93 : 3, men «så» svaret. Ble forvirret under utregning på papir.
- Penger: Hadde grei innsikt i noen enkle priser og hva du får igjen av vekslepenger.
- Desimaltall: store problemer med å angi sifferverdier og å forstå at 3,75 er større enn 3,521.
- Hele tall: bra forståelse og lesing og skriving av store hele tall. Så lett at en mer enn 6399 ble 6400 og skrev riktig fire hundre tusen og syttifem.

3+5=15	7+11=	6+17=
5+6=7	4+9=13	90+9=
5+9=	8+11=1	23+7=
6+8	18+6=	41+11=
6+12=13	12+5=	7+35=
8+5=	23+5=	51+6=
9+7=	63+2=	12+5=
3+4=7	54+55=	1+66=77
6+7=	6+64=	4+38=
3+9=12	17+8=	52+5

Kjells test av hoderegning viste store problemer

Samlet virker det som om han har forståelse for enkel praktisk regning og tallmengder, men at han har store vansker med å automatisere tabeller, huske utregningsmåter og å forstå verdiene i desimaltall. De svake tabellferdighetene innen tallområdet 1–20 gjør både overslag og hoderegning vanskelig. Ved så svake tabellferdigheter i denne alderen synes jeg det er enkelt å kalle det spesifikke matematikkvansker og hvis noen spør om det er dyskalkuli, svarer jeg ja.

De samlete resultatene på WISC tyder på at han har generelle fagvansker, men det voldsomme spriket mellom god verbal forståelse og svært svak talloppmerksomhet, sammen med svak arbeidshukommelse og svake visuelle sekvensieringsevner, tyder på mer spesifikke vansker. Begrensningen hans synes å ligge i *arbeidshukommelsen* som gjør at han opplever at tankerekker går i surr og at han derfor må tippe eller å gi opp. Svak arbeidshukommelse assosieres først og fremst med ikke klare å huske flere ting samtidig og at man derfor lett mister konsentrasjonen. Dette skaper stress som lett fører til vegring mot oppgaver som krever flere trinn og resonnering. Matematikk utfordrer sannsynligvis arbeidshukommelsen ekstra mye, og det er nok derfor det finnes uttrykk som matteangst.

Språkferdighetene bestemmer mye av nytten av arbeidshukommelsen. Evnen til å koble nytt og gammelt bestemmes jo av hva som danner mening, og språket er vårt fremste verktøy til å lage meningsfulle sammenhenger. Dette innebærer at vi bør være mer opptatt av hvordan elevene kobler ny og gammel informasjon enn hvordan de håndterer «nakne» tall som ikke representerer noe annet enn sitt abstrakte seg (les: rene talloppgaver).

Når jeg i ungdomskolen finner så store vansker innen grunnleggende tallbehandling, kaller jeg det spesifikke mattevansker. Hovedtiltaket blir å redusere pensum for å få tid til det viktigste og finne arbeidsmåter og oppgaver som kan hjelpe motivasjonen. Dette kan vanskelig skje i full klasse, og jeg foreslår undervisning i gruppe. Jeg argumenterer med at 10–20 elever har behov for det på hvert ungdomstrinn, men dette møter som regel store administrative hindringer selv om alle er enige i prinsippet.

Ellers trives Kjell på skolen og synes det er greit med ene-timene i matte, og det går også greit å jobbe med egne oppgaver i full klasse. Han er altså motivert og kan konsentrere seg. Han er også passe fornøyd med karakterene i andre fag og er inneforstått med at han nå ikke får karakter i matematikk. Å fritas fra karakter kan synes drastisk, og det er muligens bedre å ha 1 enn ingen karakter ved opptak til videregående. Dette er et tema hvor det hadde vært bra med noen føringer.

Mulige tiltak ved svak arbeidshukommelse kan være disse:

- Oppgaver som krever mellomregninger bør forenkles. Å tegne forståelsen av tekstoppgaver hjelper til med å se deloperasjonene og hjelper mot blokkering.
- Utregningene kan med fordel gjøres mer «muntlig» ved ikke å bruke vanlige algoritmer, men ved å skrive vannrett og å beholde fokus på tallverdiene.

- Behold fokus på helheten og bruk kalkulator eller tabeller.
- Innfør sjekkliste for tekststykker: les for å forstå, lag skisse, gjør overslag, regne ut, sjekk svaret.
- Bruk overslagsregning. Det er overraskende hvor mange som «tipper» bedre enn de «regner». Målet må være at tippingen blir et fornuftig overslag og at svaret knyttes opp mot det.

Ole vil ikke ha hjelp

Ole ble henvist i 8. klasse og hadde ikke spesielle problemer i andre fag enn matte. Karakterene var imidlertid raskt synkende, og konsentrasjonsvansker og dårlig selvbilde gjorde at han slet med å følge med i timene. Far sa at hele gutten var litt urolig og ukonsentrert og at det hadde blitt en del krangling hjemme rundt lekser og andre regelbrudd.

På WISC verbal forståelse skåret han *over* gjennomsnittet. På visuell organisering fikk han en del problemer unntatt på terningmønster hvor han kom litt over gjennomsnittet. Samlet skårer kun 13 % svakere på visuell organisering, men det var særlig bildeutfylling (3) som trakk ned og gav et stort sprik mellom deloppgavene. Det ble anbefalt sjekk for syns- og samsynsvansker. At han var best på terningmønster (11) og svakere på puslespill (8) og tegneserier (8), kan tyde på at han jobber bedre sekvensielt enn helhetlig.

På de to visuell/motoriske oppgavene koding (7) og symbolleting (7) gjorde han det også svakt, 12 % gjør det svakere. Dette befester inntrykket av at han er langsom med å oppfatte og å bruke visuelle stimuli. Selv om utføringsdelen har et stort sprik, ved at bildeutfylling er så veldig svakt, er utføringsoppgavene såpass mye svakere enn verbaloppgavene, at det er betydningsfullt.

På hoderegning skåret han litt under gjennomsnittet (8) og på tallhukommelse likt med gjennomsnittet. Hans oppmerksomhetsskår på WISC tydet derfor ikke på et spesifikt oppmerksomhetsproblem.

Dette bildet ble imidlertid mer nyansert etter Våletesten hvor han viste en noe underlig læringskurve. Hans umiddelbare minnespenn ved første runde var helt normal, men så ble det ujevnt. Han var nær gjennomsnittet halvveis, men så glapp han. På de fem siste rundene hadde han fall i læringskurven. Det er ganske vanlig med en liten dupp, men han kom aldri opp igjen. Han klarte 9 ord i rundene 7, 8, og 9 og falt ned til 8 på den siste runden. Totalskåren ble liggende litt under minus ett standardavvik, altså slik at bare ca. 15 % gjør det svakere. Våletesten antyder dermed at han har normal korttidshukommelse, men at han sliter med å holde oppmerksomheten rundt rutinemessige, kjedelige ting. Han kan derfor ha problemer med å holde fokus i en innlæringssituasjon og trenger hyppige påminnelser.

Skolen nevnte konsentrasjonsproblemer i henvisningen og skrev at han fort ble stresset og hadde liten tro på egne evner. Dette kan forstås ut i fra resultatene fra Våletesten og kan tyde på at han sliter med et grunnleggende konsentrasjonsproblem eller det å motivere seg til kjedelige ting.

Oles automatiserte tabellferdigheter kan virke litt spesielle. På hoderegningsprøven klarte han 31 av 40 riktige gangestykker (32 løst, 1 feil) og 17 riktige plusstykker (20 løst, 3 feil). Han klarte altså langt færre plusstykker enn gangestykker. Han tolket tre av plusstykkene som gangestykker, synsproblem eller oppmerksomhetssvikt?

På en kartleggingsprøve på skolen hvor han fikk karakteren 3-, plukket jeg fram noen oppgaver han hadde gjort feil. Først spurte jeg om han kunne se hva han gjorde feil.

- På oppgaven «Angi plassverdier til 423,95» hadde han oppgitt både siffer 3 og 5 som plassverdi én. Da jeg kommenterte at sifferet 5 stod bak desimaltegnet forstod han at verdien måtte være mindre enn én.
- På oppgaven hvor han skulle notere tall på en tallinje gikk det greit med 2, men pilen midt mellom 16 og 18 gav han verdien 16,5. Ved ettertanke kom han nå med rett svar, 17.
- På oppgaven 11,44 + 3,5 hadde han ikke satt desimaltegnene rett under hverandre, men nå på ruteark gikk alt greit.
- Oppgaven 59–21 gikk nå helt greit.
- På minusstykker som krever veksling er han usikker. Veksling på enerplass kan gå greit, men så misser han det samme på tierplass.

Samlet sett hadde han ikke helt automatisert plusstabellen, noe som er vanlig uten egen trening, men siden det gikk lettere med ganging, tenker jeg det er snakk om fokus og trening. Hadde jeg visst hvordan hans tabellferdigheter var i de første skoleårene, før vegringen satte inn, hadde det vært enklere å si om han har spesielle problemer med å lære dette. Hans problemer med plassverdier og veksling som ser ut som slurv, kan muligens forstås ut i fra den svake utføringsdelen på WISC. Han svake visuelle organiseringsevner på WISC stemmer ellers godt med hans følelse av at «konstruksjon» er det vanskeligste innen matematikk.

Men jeg har problem med å forklare alt ut i fra dette, særlig hans negative bilde av skolen og muligens autoriteter generelt. Læreren trodde at Ole kunne få en karakter høyere hvis han bare tok seg tid til å sjekke svarene. Ole hevdet imidlertid at det var det samme for han om han fikk bedre karakterer. Da far minnet han på hvordan han en gang strålte da han fikk 6, svarte han: « 6 ja, men det er det samme om det blir 2 eller 4». Han gav også sterkt uttrykk for at han ikke ønsker noe ekstra undervisning, selv om bestevennene hadde det. Far ønsket sterkt at han skulle ha slik undervisning.

Noen har en voksende tro på egne ferdigheter som innebærer at de ser sine resultater i klar sammenheng med egen innsats.

Hans svake prestasjoner preges derfor først og fremst av hans konsentrasjons- og motivasjons-problem, og jeg vil ikke kalle dette et spesifikke matematikkvansker. Oles sterke motvilje mot å endre sin innsats på skolen kan lett føre til at lærerne føler seg avvist av han, både som person og faglærer. Jeg oppfordret derfor lærerne til anstrenge seg på å ikke irritere seg over småsaker og å gi positive (men ikke *for* positive!) kommentarer når han jobber. Kanskje en avtale om å ha fokus kun på noen få punkter kunne forenkle situasjonen.

Motivasjon er uansett sentralt og er nok for lite vektlagt. Ungdomskoleelever er mest regel- og ferdighetsstyrt, og det passer dårlig til noe av «forståelsespedagogikken» med uklare læringsmål og liten spesifikk oppfølging. Det er slående hvor lite noen elever jobber for egen maskin og stadig trenger oppfølging. En del lærevansker «skjules» også av at foreldre loser barna gjennom leksene. Tar hjelpen overhånd snakker vi om lært hjelpeløshet. Vi vet også at mennesker forklarer sine ferdigheter på forskjellige måter som virker sterkt inn på den indre motivasjon. Noen har en voksende tro på egne ferdigheter som innebærer at de ser sine resultater i klar sammenheng med egen innsats. I kontrast til disse er det noen som ser sin identitet som en fastlåst helhet og som dermed ikke kobler resultater med sin egen innsats, men til *evner.* De får da ingen motivasjon til å trene. Denne siste gruppa er utsatt og trenger bevis på at de tar feil!

Anne har generelle fagvansker

Anne ble henvist for matematikkvansker i 7. klasse. Det ble ikke beskrevet andre fagproblemer, men hun hadde tidligere vært plaget av angst.

Hun var lett å få kontakt med selv om hun var veldig stille og forsiktig. Hun var motivert under hele WISC-testen og ville ikke ha pause. På verbal forståelse viste hun gode faktakunnskaper på informasjon (10), men noe svak resonneringsevne (7). Hun viste også noe svak ordforståelse (8) og det å kunne abstrahere eller å trekke likheter mellom to begreper (8). Samlet på verbal forståelse skåret hun noe under gjennomsnittet, ca. 24 % gjør det svakere.

På utføringsoppgavene som sjekker visuell oppfatning fikk hun litt større vansker enn på de verbale spørsmålene. Hun jobbet jevnt og konsentrert, men måtte gi opp de to siste terningmønstrene (6) fordi de ble for vanskelige. Tegneseriene (7) brukte hun litt lang tid på og gjorde to feil. Hun klarte alle puslespillene (8), men brukte noe lang tid. Samlet er det 11 % som skårer svakere enn henne på visuell oppfatning.

På oppgavene i visuell/motorisk hurtighet gjorde hun det nært sitt eget gjennomsnitt på den avskriftslignende oppgaven koding (7), men langt svakere på symbolleting (3). Det er altså ikke håndmotorikken som bremset utføringsoppgavene, men heller hennes langsomme tempo. Kun 3 % gjør det svakere.

På oppmerksomhetsdelen som sjekker hoderegning og tallhukommelse hadde hun store problemer. På hoderegning (3) manglet hun tabellferdigheter og telte delvis på fingrene, men brukte også tabellfakta 12 – 6 = 6 for å løse 12 – 5 ved å gjøre oppgaven om til 12 – 6 + 1. Det svake resultatet på tallhukommelse (4) (kun to baklengs) tyder på svak arbeidshukommelse. Kun rundt ½ % gjør det svakere, og dette innebærer et betydningsfylt sprik fra skåren på verbal forståelse.

Hennes matematiske ferdigheter ble først kartlagt med klasseprøven M6 hvor hun kom i prøveklasse 1. Jeg brukte denne som grunnlag for en prat og dynamisk kartlegging, uten å vise henne hva hun tidligere hadde gjort. Hun hadde svart på M6 at det dobbelte av 25 er 30. Nå svarte hun først 12 ½, men da jeg stusset ved det og pekte på ordet «dobbelte» svarte hun 50. Halvparten av 200 hadde hun fått til å bli 210. Nå svarte hun 100 med en gang.

Plusstykket 823 + 1394 = 115126 hadde hun skrevet slik uten tegn til utregning. Etter å ha vist henne et enklere stykke, satt hun det riktig opp under hverandre og summerte rett.

Minusstykket 62 – 15 = 55 ble til en lengre økt. Her måtte jeg forklare oppsettet, men det ble jo likevel ikke enkelt, for når hun vekslet, fikk hun 12 – 5 på ener-plassen, og det var ikke lett.

Annes første og andre forsøk

62-15=55

62-15= 10
02
-15
53

Her bør det prates sammen for å komme frem til en helt annen strategi.

Hun viste altså svake ferdigheter i algoritmene for pluss og minus, og en bør nok få henne til å tenke mer muntlig. Men alt nytt virker lett forvirrende!
På test av hoderegning med plussoppgaver klarte hun 16 på 2 minutter. 5 + 9 løste hun ved å telle fra 9. Opp-gaven 18 + 6 gikk raskere, hun «så det bare fra 20». Her brukte hun altså 10-overgang som burde være en strategi som hun burde bruke mer.
Hun viser vansker på de fleste områder, og det er nødvendig å fokusere på grunnleggende ferdigheter framfor å introdusere nye temaer. Ved så store vansker får jeg lite lyst til å kartlegge mer, men heller stoppe opp å tenke over hva en bør gjøre for å hjelpe.

170
+240
=3110

Her tenkes det ikke, men regnes slavisk.

Mulige mål:

- bruke 10-overgang ved addisjon i stedet for å telle på fingrene, 9 + 5; tenk 10 + 4
- bruke overslag til å sjekke svaret
- vis addisjon med desimaler ved å bruke penger
- bruk 5-trinns oppskrift for tekststykker:

1: Har jeg skjønt hva det spørres om?
2: Er det flere enn ett trinn i oppgaven?
3: Tegn en skisse!
4: Prøv deg fram!
5: Sjekk svaret med overslagsregning!

- vis betydningen av dobbelt, halvpart og omkrets
- lage en egen regelsamling med eksempler og illustrasjoner

Samlet ble verbal forståelse hennes sterkeste område, men da hun skåret godt under snittet, betyr det at hun har større vanskeligheter enn de fleste med å lære nye begreper og å se abstrakte sammenhenger mellom dem. Dette til tross for at hennes evner til å tilegne seg faktakunnskaper er en ressurs. Sett under ett har Anne generelle fagvansker som slår spesielt ut i matematikk. Hun trenger ekstra tid på oppgaver, og det blir da nød-vendig å avgrense noen områder. Resultatene fra WISC tyder på at svak arbeidshukommelse er hennes største problem. Dette innebærer at hun har problemer med å huske flere ting samtidig og dermed lett mister opp-merksomheten. Dette gjør henne sårbar for stress, og det kan lett føre til vegring mot oppgaver som krever flere trinn og resonnering. Hennes svake selvtillit kan også sees i lys av disse grunnleggende vanskene.

Oppsummering

Disse beskrivelsene av tre elever som sliter med regning har mange fellestrekk som f.eks. svak visuell oppfatningsevne og arbeidshukommelse, men de må også møtes forskjellig. Kjell er det takknemlig å hjelpe siden han både innser sine problemer og mottar villig hjelp. Her kan en konsentrere seg om innholdet i det han skal lære. Selv om hans WISC-resultater skulle tilsi generelle fagvansker så framtrer hans regneproblemer som spesifikke, kanskje fordi han ikke er veldig tynget av problemene og fordi tabellferdighetene hans var spesielt svake. Ole er det vanskeligere å nærme seg siden han sliter vel så mye med eget selvbilde og sosiale tilhørighet som innholdet i faget. Her har læreren en stor oppgave i å beholde god kontakt og sørge for at han føler seg hjemme i klassen. Anne er mer preget av generelle fagvansker enn Kjell og trenger støtte for å holde motet oppe i flere fag.

Jeg håper disse eksemplene kan gi inspirasjon til menings-utvekslinger rundt spenningsforholdet mellom matematikk/regning og forståelse/ferdigheter.

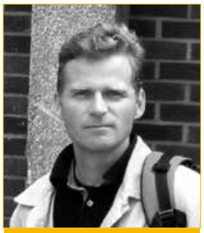
Note

[1] Dette er beskrevet i min artikkel: «Dynamisk kartlegging som hjelp til bedre tilpasset undervisning». Konferanserapport etter landskon-feransen «Fra vanske til mestring II», Forum for matematikkvansker, Sørlandet kompetansesenter, 2005.

Den blokkerende misoppfatning

av ANJA GLAD ZERNICHOW

Anja Glad Zernichow er lærer i ungdomsskolen i Kristiansand med fagene matematikk, tysk og engelsk. Hun er også mastergradsstudent i matematikkdidaktikk ved Høgskolen i Agder. anja.glad.zernichow@kristiansand.kommune.no



av OLAV NYGAARD

Olav Nygaard er førsteamanuensis i matematikk ved Høgskolen i Agder, med matematisk analyse som forskningsområde og med spesialpedagogiske problemstillinger som interessefelt innen matematikkdidaktikk. olav.nygaard@hia.no

Omtrent på samme måte er det med misoppfatninger i matematikk. Med misoppfatning mener vi en fastlagt oppfatning omkring et begrep som ikke er den det var meningen en skulle ha. Dette kan skyldes at en har en misforståelse eller manglende oppfatning av begrepet. Det kan også skyldes at en gjør en overgeneralisering, en overfører en tenkemåte som er riktig i spesielle tilfeller til situasjoner der tenkemåten ikke lenger holder.

EKSEMPEL 1

La oss tenke oss at en elev i tilknytning til arbeid med addisjonsalgoritmen ikke har oppfattet at sifrenes verdi øker ti ganger for hvert hakk mot venstre i et tall skrevet i titallsystemet. Da vil det å arbeide med denne algoritmen bare kunne lede til en mekanisk rutineløsning av ferdigoppstilte oppgaver der det ofte ikke er mulig å avsløre misoppfatningen sin. Her er to oppgaver som begge trener addisjonsalgoritmen:

1. Regn ut:

	1	2	4
+	6	3	5
=			

2. Finn summen av tallene 635 og 33.

Vi ser at Oppgave 1 kan eleven få til uavhengig av forståelse av posisjonssystemet, mens eleven nok vil ha en tendens til å avsløre sin misoppfatning i oppgave 2 ved å skrive slik:

	6	3	5
+	3	3	
=	9	6	5

Oppgavene i Eksempel 1 illustrerer forskjellen på en *ikke-diagnostisk* oppgave og en *diagnostisk* oppgave. Fra Oppgave 1 kan ikke vi som lærere ha noen mulighet til å oppdage elevens misoppfatning, mens vi i Oppgave 2 har en god mulighet til å finne en propp.

En propp er nok til å tette, men da er det også bare en propp å åpne…

En del elever som sliter med faget matematikk, får hjelp til *at* de sliter. Dessverre kan det se ut som få elever får hjelp til å finne ut *hvorfor* de sliter. Med andre ord gjør vi ikke noe med proppen. Vi heller kanskje på mindre vann, så «skadene» ikke skal bli for store. Hvis en velger å la proppen bli sittende gjennom flere år i skolen, kan en lett forestille seg omfanget av skadene.

Vi skal nå studere et konkret tilfelle fra 10. trinn og se hvordan en misoppfatning blir oppdaget og arbeidet med å få bort. Denne jenta er tildelt 4 timer med spesialundervisning per uke i matematikk. Hun har gjennom mange år prestert veldig svakt, men et stort pluss er at hun er motivert for å lære matematikk. Ønsket om å oppnå en karakter i faget er sterkt hos henne. Eleven har IOP med fritak fra karakter i faget matematikk. Det som nå følger er Anjas observasjoner og arbeid med henne. Det hele startet i en time der Anja og eleven jobbet alene sammen:

Vi vet alle at dersom det sitter en propp i et rør, så kan ikke vannet renne gjennom det. Lengden på proppen betyr ingenting for dens evne til å blokkere. Å få bort proppen består hovedsakelig av to oppgaver: Vi må finne hvor proppen sitter, og vi må finne en måte å fjerne den på. Om vi nå får bort en propp, så renner vannet videre, men neste propp vil stoppe det. Først når alle proppene er borte, kan vannet renne fritt.

Min store undring hadde utspring i en time hvor eleven jobbet med volum. Vi skulle regne om 11 dl til liter. Vi holdt på i over en time med problemstillingen. Vi tegnet litermål og «bakte boller». Vi snakket også om at 1/2 l inneholder 5 dl væske, og at en liter inneholder 10 dl. Eleven klarte likevel ikke å regne om de gitte 11 dl til 1,1 liter.

I etterkant av denne timen hadde Olav og jeg en samtale, hvor vi tilfeldigvis kom inn på denne problemstillingen og erfaringen min fra timen sammen med jenta. Hva kan dette problemet skyldes? Etter samtalen hadde vi en aning om at dette kunne være et tilfelle av den kjente og veldokumenterte misoppfatningen «desimaltall som par av hele tall». Vi ønsket å gjøre en liten kartlegging av tallforståelsen til eleven og tok utgangspunkt i heftet «*Kartlegging av matematikkforståelse/Veiledning til tall og tallregning*» fra Læringssenteret (Brekke, 2000).

Tilbake i klasserommet begynte vi med, etter mine begreper, enkle oppgaver for en 10. klassing. Den første oppgaven som ble gitt var om *tallbegrepet – desimaltall.* Elevene skal utvikle begrepet de har om hele tall. Den første oppgaven eleven fikk var:

Sett en ring rundt det minste av disse tallene:

0,625 0,25 0,3753 0,125 0,5

Her svarte eleven at 0,5 var minst. Neste spørsmål var

Hvorfor er det minst?

Jenta svarte at 0,5 er minst fordi det har færrest siffer. Dette svaret kan kanskje tyde på misoppfatningen «korteste tallet er alltid minst» eller, sagt med andre ord, «lengste tallet er alltid størst». Vi gikk videre med oppgaven

Sett en ring rundt det største av tallene?

0,649 0,87 0,7

Eleven mente 0,649 var størst. Jeg spurte

Hvorfor er det størst?

Eleven svarte: «Fordi dette tallet inneholder flest siffer, ergo størst». Jenta var helt sikker på at svarene var riktige. Hun var altså ikke klar over sin egen misoppfatning. Vi fortsatte med flere oppgaver fra samme hefte:

Sett en ring rundt det største tallet: 5436 547 56
Sett en ring rundt det største tallet: 6,78 45,6 34,5
Sett en ring rundt det største tallet: 3,521 3,6 3,75
Sett en ring rundt det største tallet: 4,09 4,7 4,0008

Eleven svarte riktig på de to første oppgavene.

Dette viser at eleven kan sammenligne størrelser på naturlige tall og likeledes desimaltall med ulike heltallsdeler. På de to siste oppgavene svarte eleven henholdsvis. 3,521 og 4,0008. Misoppfatningen om størrelsen ved desimaltall ble med dette tydelig. Men ennå er det ikke klart hvordan hun tenker omkring desimaltall.
For å finne ut mer jobbet vi også med å plassere tall på tallinjen. Jeg tegnet en tallinje fra 2 via 2,1 og 2,2 til

2,3. Tallene var markert med følgende intervall: 2,01 – 2,02 – 2,03; altså 10 plasser mellom 2 og 2,1. Jeg satte inn 2 piler, en på 2,03 og en på 2,27, Eleven ble så bedt om å finne tallene som hørte til pilene. Den siste pilen fikk en verdi på 2,9. Tankegangen her var at fra 2,2 til pilen, så var det 7 streker imellom. 2,2 + 7 streker blir 2,9. Sammenhengen med tallinjen ble ikke vurdert. Det samme gjaldt første pil som var tegnet inn på 2,03 – eller 3 streker etter 2. Eleven fikk da verdien til å være 5. Resonnementet som ble lagt til grunn var at 2 + 3 streker = 5. Eleven satte altså inn tallene 5 der 2,03 skulle vært, og 2,9 der 2,27 skulle vært. Eleven reagerte ikke på at tallet 5 ble satt inn på tallinjen før 2,9.

La oss stoppe opp og tenke etter: At jenta ikke syntes det var et problem at 5 står før 2,9 følger opp misoppfatningen om at lengste tallet er størst. Når hun regner 2,2 + 7 streker blir 2,9, demonstrerer hun at hun behandler desimaltall som par av hele tall. Men vi ser at bak disse to velstuderte misoppfatningene ligger noe enda mer fundamentalt; hun tar ikke hensyn til, eller ser ikke, sammenhengen mellom tallinja og desimaltallene. Med denne informasjonen fortsatte arbeidet:

Vi jobbet deretter med å sette navn på de tallene som lå på tallinjen vår. Eleven kom fram til – etter en del tankeeksperimenter – at både 2,9 og 5 lå utenfor den oppgitte tallinjen. Begge tallene som ble satt inn var altså større enn siste tall på linjen, og hørte derfor ikke til i det oppgitte tallområdet. Vi var veldig stolte da vi kom så langt. Neste utfordring lå så i å forsøke å få inn de riktige tallene i rutene.

Vi gikk over på en ny oppgave. Eleven fikk spørsmål om hvilke tall som lå mellom tallene 0,47 og 0,48. Til svar fikk jeg at det var tallene 0,30 og 0,31 og 0,32 osv. Her kunne det ikke gis noen begrunnelse på hvorfor disse tallene ble valgt. Ved arbeid med tallinjen, kunne eleven se at tallene ikke hørte hjemme mellom 0,47 og 0,48, men hvilke tall som hørte hjemme mellom dem, kunne hun ikke se.

I flere uker jobbet vi mye med å systematisere størrelsene på tallene. Det var veldig givende å se gleden eleven gav utrykk for når tallene «falt på plass». Sakte men sikkert ble det laget en sammenheng for henne mellom stedene på tallinjen og desimaltallene. Hun fikk oppdage at desimaltallene er en måte å si nøyaktig hvor på tallinjen vi er, en kunnskap hun skulle ha hatt for 7–8 år siden.

For denne jenta var det nok mye sannhet i «en propp er nok til å tette.» Den lykkelige fortsettelsen av historien er nemlig at på juletentamen oppnådde hun karakteren 3, en opplevelse og prestasjon hun aldri har vært i nærheten av før. Denne fundamentale misoppfatningen hennes har selvsagt ødelagt for læringen av nesten alle temaer i matematikk, så det er en lang vei å gå for henne enda, men nå har hun i alle fall fått ryddet ett kjempehinder av veien.

Eleven har nå utover vårsemesteret stabilisert seg på en solid 3'er. Hennes handikap er at «proppen» har skapt flere tomme områder i matematikkunnskapene hennes. Hun har mange huller som må tettes. Dette jobber vi nå med på en strukturert måte. Hun er utrolig stolt når hun kan forklare *hvorfor* hun gjør som hun gjør og ikke bare hvordan ei oppgave skal løses. Et viktig aspekt i denne prosessen er også å registrere at gleden ved matematikken er på vei tilbake. Nå gjelder det bare å være tålmodig.

Vi vil i fortsettelsen holde fram med å kalle jentas manglende kunnskaper for misoppfatninger, selv om vel egentlig misoppfatningene hun viste oss alle var naturlige konsekvenser av en helt fundamental manglende oppfatning. Svarene hennes på de neste fire oppgavene må også ses i lys av det vi nå vet om henne:

a) 5,1 + 0,46.
Jenta sier 0,47. Alt med null blir null (altså 5 + 0 = 0). Da står vi igjen med 0,46 + 0,1 = 0,47. Hun behandler altså tallene som par av hele tall.

b) 37 – 0,16
Jenta fikk svaret 716. Kunne ikke begrunne hvorfor. Oppgaven er meningsløs med hennes begreper om desimaltall.

c) 4 x 2,4 Svarte ikke på denne – vanskelig. Ja, hva skulle dette bety?

d) 0,12 : 2 Her var svaret at dette ikke var mulig. En skulle kanskje forvente at hun ville svare 6 her?

Misoppfatninger – hva skyldes de?

Vi har sett en elev som tydelig demonstrerte noen av de mest kjente misoppfatninger litteraturen beskriver, og som har vært i spesialpedagogisk undervisning i noen år. Likevel ble elevens problem ikke funnet. Det er et tankekors. Et annet tankekors er hvordan en ressurssterk og motivert elev kunne få en slik misoppfatning.

Vi kan ikke svare på disse to spørsmålene for denne konkrete eleven, men vi kan peke på allmenne grunner: Når det gjelder det å få misoppfatninger, så er etter vår oppfatning læreren den vanligste kilden.

Men også læreplaner og lærebøker kan være med på å la misoppfatninger befeste seg. Noen eksempler kan illustrere:

EKSEMPEL 2
La oss se hvordan lærer kan forårsake en misoppfatning, og hvordan lærebok og læreplan kan forårsake misoppfatninger:

1. Mange studenter i lærerutdanninga sliter med å forkorte brøker av algebraiske uttrykk. De oppgir ofte at de har lært å «stryke tall mot hverandre». «Så stryker vi 2 mot 2», sier de. Hvorfor sier lærere noe så dumt, selv om det er sant? Frasen er som skapt til å skape misoppfatning. Når eleven i tre år har hørt «stryke den mot den», hvordan skal vi da kunne vente at kunnskapen om hva stryking representerer, forblir? En slik misoppfatning kan enkelt unngås ved at læreren alltid sier «så deler vi med tallet 2 i både teller og nevner». Da peker vi på det som logisk skjer.
2. Vi leser gjerne 2,437 som «to komma fire hundre og tretti sju». Ved å lese tallet slik, høres det jo vitterlig ut som om dette er mye mer enn 2,5, «to komma fem». Dessuten høres det ut som om vi har å gjøre med to hele tall adskilt ved et komma.
3. Den kanskje mest kjente misoppfatning i matematikk er «multiplikasjon gjør større». Og hvordan lærer vi om multiplikasjon? Jo, de første åra foregår alltid konkretiseringa ved hele, positive tall. Og da oppdager de fleste at svarene alltid blir større enn tallene som inngår. En *overgeneralisering* inntreffer dermed hos mange. Det at elevene har sett så mange eksempler der systemet tydelig synes, gjør at de danner seg en formening om at sånn er det alltid. Misoppfatningen er enkel å avsløre, og ikke veldig vanskelig å bli kvitt, men mest av alt, veldig unødvendig å skape. Og det er systemet selv som legger grunnlaget for at misoppfatningen dannes.
4. En misoppfatning blant lærerstudenter er «en funksjon er noe med et funksjonsuttrykk». Selvsagt har nesten 100 % av studentene denne misoppfatningen. Allerede fra ungdomsskolen er funksjoner eksemplifisert gjennom funksjonsuttrykk. Hvordan skulle den voksne student ende opp med en annen tanke om funksjoner?

I vår utdanning av lærere og spesialpedagoger må vi vektlegge det å sørge for at den kommende pedagogen selv har dyp innsikt i begrepene som det skal undervises i, og deretter kunnskap om de vanligste misoppfatninger og om tilnærminger til å oppdage dem – og kurere elevene for dem. Læreren er hjelpeløs uten selv å ha gode begreper og vil, uten å vite det, være med på å skape misoppfatninger hos mange elever.

Misoppfatning kan skyldes at en gjør en overgeneralisering; en overfører en tenkemåte som er riktig i spesielle tilfeller til situasjoner der tenkemåten ikke lenger holder.

I boka *Fatte Matte* (Nygaard og Pettersen, 2001) er det tatt utgangspunkt i misoppfatninger og manglende kunnskap vi vet at lærerstudenter har. Gjennom å studere disse studentenes kamp med sine oppfatninger, er det meningen at leserne skal ta et aldri så lite oppgjør med sine egne oppfatninger.

En kunne også tenke seg en tilnærmelse der studenten selv befester sine begreper ved å studere barns mest kjente misoppfatninger. Erfaring fra lærerutdanning tyder imidlertid på at ofte har studenten ikke gode nok begreper selv til å se hva barnet gjør feil og til – på grunnlag av disse feilene – å diagnostisere. La oss se et eksempel på akkurat dette:

EKSEMPEL 3
Variabelbegrepet er det ofte så som så med, og misoppfatningene her tror vi nesten alltid er skapt av en lærer med manglene variabelbegrep selv. I lærerutdanninga på Høgskolen i Agder arbeidet studentene med å studere ungdomsskoleelevers løsninger av følgende oppgave:

Lag ei regnefortelling til uttrykket 6a + 8b
Barna hadde mange forslag, veldig mange hadde skrevet noe sånn som «Du har seks epler og åtte bananer». Vi vet at dette er et typisk svar blant elever, men vi tror det vil være et typisk svar blant lærere også, i alle fall var det mindre enn 10 % av studentene som innså at elevenes svar er galt. I elevenes svar er ikke *a* og *b* variabler, de er symboler for noe, eller forkortelser. Et riktig svar ville være «Et rektangel har ei

grunnlinje på 6 og ei høyde som kan variere. Et annet rektangel har ei grunnlinje på 8 og ei høyde som kan variere. 6a + 8b viser arealet til de to rektanglene til sammen.»

Vi vil tro en del kjenner seg igjen i å undervise algebra med fraser av typen: «Vi kan ikke legge sammen torsker og makreller». Vi lærer altså barna til å lese variablene som forkortelser eller substitutter for noe, og ikke som størrelser som kan variere over en klasse av tall eller objekter.

Studentenes reaksjon var at «den riktige» regnefortellinga var grusomt vanskelig og tungvint. De hadde svært vondt for å forkaste «den gale» forklaringa. Nådestøtet ble satt inn da de skulle lage regnefortelling til uttrykket 6*ab*. Men nå kunne nesten alle lage ei fortelling ved hjelp av å oppfatte dette som arealet av seks like rektangler med ikke oppgitte sider, *a* og *b*.

Lærebøkene kan nok være svært medskyldige i misoppfatningen: «En variabel er en forkortelse». Tenk bare på formler for areal og omkrets i plangeometri: Vi bruker alltid *O* for omkrets, *A* for areal, *d* for diameter, *r* for radius og *g* for grunnlinje. Vi oppfordrer rett og slett til misoppfatninger gjennom disse skrivemåtene. Uproblematisk blir det først når læreren selv har begreper slik at elevene får lære at g ikke står for grunnlinje, men for det tallet som er lengden av grunnlinja.

Hvem får misoppfatninger, de dumme?

En oppfatter tradisjonelt elever med misoppfatninger som «dummere« enn andre elever. Vi tror bildet er mye mer komplisert, og slett ikke slik. Vi har sett et eksempel på en ressurssterk og motivert elev som hadde en ødeleggende misoppfatning. Misoppfatning har neppe noe med tankeevne å gjøre. Det ligger i sakens natur at for å få en misoppfatning, må det ligge kognitive prosesser i forkant. Erfaring har vist oss at elever med misoppfatninger er akkurat like tenksomme – og ubetenksomme – som andre elever, forskjellen ligger i at de tenker på en annen måte omkring et begrep enn det som var meningen.

I arbeidet videre med misoppfatninger er det viktig at vi arbeider videre med å finne ut av hva matematikkunnskap egentlig består av. Hvilke komponenter er det som må være på plass for at vi skal få og ha de ønskelige kunnskaper? Det er utarbeidet en detaljert og grundig rapport omkring dette (Niss, M. og T. Højgaard Jensen, (red.), 2002). Her er matematikkunnskap delt inn to hoveddeler, hver med fire kompetanser. En oversikt er gitt i følgende tabell:

Å spørre og svare i, med og om matematikk	Å omgås språk og redskaper i matematikk
Tankegangskompetanse Problembehandlings-kompetanse Modelleringskompetanse Resonnementskompetanse	Representasjonskompetanse Kompetanse i symbolbruk og formalisme Kommunikasjonskompetanse Hjelpemiddelkompetanse

En tolkning av hva disse åtte kompetansene betyr finnes på internettsiden: www.matematikksenteret.no.

LITTERATUR

BREKKE, G. (2000). kartlegging av matematikkforståelse - veiledning til tall og tallregning. læringssenteret.

NYGAARD, O. OG P. PETTERSEN (2001). *Fatte Matte*. Høyskoleforlaget.

NISS, M. OG T. HØJGAARD JENSEN, (RED.) (2002). Kompetencer og matematiklæring – *ideer og inspirasjon til udvikling af matematikundervisning i Danmark.* Finnes tilgjengelig på http://pub.uvm.dk/2002/com.

Forum for matematikkmestring

Mestring er målet, og for å understreke dette har det tidligere Forum for matematikkvansker ved Sørlandet kompetansesenter endret navn til Forum for matematikkmestring.

Tekst og foto: ARNE ØSTLI

Dette kom fram da Spesialpedagogikk før påske møtte Tone Dalvang, Hilde Skaar Davidsen og Olav Lunde. Det er disse som utgjør det faste mannskapet i det som nå altså skal hete *Forum for matematikkmestring.* Jarl Formo, som er avdelingsleder ved senteret, er også knyttet til Forumet. Han har vært sentral i arbeidet med å etablere et grunnlag for Forumets arbeid.

– Å endre navn er noe som har modnet seg over tid, sier Lunde, og både Dalvang og Skaar Davidsen viser tydelig glede over at de endelig har bestemt seg.

– Vi føler at det å markere mestring, også i navnet på Forumet, gir et riktigere bilde av det vi gjør, og det vi ønsker å oppnå. Det er også i tråd med nyere internasjonal litteratur om matematikkvansker, sier de. – Dessuten håper vi jo at det vil føre til en mer positiv tilnærming til dem som sliter med matematikken. Å understreke vanskene er nok ikke det beste utgangspunktet for å komme over i nye spor og bli motivert for å arbeide med matematikk.

Økende interesse for matematikk

Det ser ut til ag flere er opptatt av at det er mange som ikke lykkes i matematikk, og at det arbeides mer og bredere med matematikkvansker enn noen gang før. Vi har lagt merke til at det er opprettet både nasjonale og nordiske nettverk.

– Det har sammenheng med flere forhold, sier Lunde. Internasjonale undersøkelser, for eksempel PISA, har vist at vi ikke gjør det så godt i faget som vi kanskje trodde tidligere, og det er konstatert at det må gjøres noe ekstra med realfagene.

– Snorre Ostad og Olof Magne er kjente navn for alle som har vært innom spesialpedagogikk. De har gjennom mange år markert feltet matematikkvansker og beredt grunnen for bredere innsats på området. Nå høster vi frukter av deres store innsats, mener Lunde.

Mange samarbeidspartnere

– I forbindelse med utviklingen av senteret har vi etter hvert fått mange partnere. Vi har bl.a. en formell samarbeidsavtale med Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæringen som er knyttet til NTNU i Trondheim. Avtalen innebærer for eksempel at vi skal bistå dem med spørsmål som dreier seg om matematikkvansker, og vi har arrangert to landskonferanser om spesialpedagogisk arbeid med matematikkvansker i samarbeid med dem. De har også gitt oss økonomisk støtte til å arrangere slike konferanserne som er særlig rettet mot PP-tjenesten. Det foreligger fyldige rapporter fra konferansene i 2005, sier Lunde, Dalvang og Skaar Davidsen.

De nevner ellers at arbeidet med og i det nordiske forskernettverket, «Nordic Research Network on Special Needs Education in MathematicsB», har betydd mye for å få kontakt og erfaringsutveksling med ressurspersoner fra de øvrige landene i Norden. Det er intet mindre enn en stor bragd å ha etablert et slikt nettverk som allerede ser ut til å fungere godt. Flere sentrale personer i dette nettverket er bidragsyterne i dette nummeret av bladet.

– Deltakelse i nasjonale utviklingsprosjekter og ulike veiledningsoppgaver har også gitt oss interessante medspillere, sier Forumsteamet.

Konferanserapporten fra den siste Landskonferansen «Fra Vanske til Mestring II» kan en få ved å henvende seg til Sørlandet kompetansesenter, Serviceboks 430, Kristiansand.

Mange prosjekter

Forumet arbeider med en rekke prosjekter:

- *Arena-prosjektet* handler om å utarbeide en artikkelsamling i form av en håndbok. I denne samles didaktiske erfaringer fra de prosjektene hvor Forumet deltar. Arbeidet skal være ferdig ved utgangen av 2006.
- *Mandal/Lister*-prosjektet dreier seg om kompetanseutvikling i matematikk for personell i barnehager og skolens begynnertrinn. Programmet legger til grunn på at det er viktig å komme tidlig i gang med opplæring i matematikk, forbyggingsperspektivet er av stor betydning, og det er arbeidet lite med matematikkopplæring for barn med kognitive utviklingsforstyrrelser.
- *Matisen* er et samarbeidsprosjekt mellom PPT i Setesdal og Sørlandet kompetansesenter. Målet er at barn og unge i Bykle og Valle skal ha nytte og glede av matematikk og få bruke evnene sine i faget.
- *MIO* står for **M**atematikken mellom **I**ndividet og **O**mgivelsene. I prosjektet skal det utvikles et kartleggings- og tiltaksprogram for matematikkutviklingen i førskolealder. Dette materiellet er nå under utprøving i flere av de andre prosjektene hvor Forumet er med. Se for øvrig egen artikkel av om MIO.
- *NSMO* (Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæringen) har inngått et samarbeid med Forumet om forebygging og tiltak på området matematikkvansker.
- *Numicon* er utviklet i England. Det er et strukturert matematikkmateriell for barn med kognitive utviklingsforstyrrelser. Sørlandet kompetansesenter deltar i arbeidet med oversettelse av lærerveiledninger og aktivitetskort. Numicon er fyldig omtalt i en artikkel i dette nummeret.
- *Prosjektet MiT* har hentet sitt navn fra **M**atematikk i **T**ime og er et samarbeid mellom Eikelund kompetansesenter og Sørlandet kompetansesenter ved Foumet. I prosjektet legges det stor vekt på overgangene mellom trinnene og målet er å øke mestringen av matematikk og bidra til at færre elever får matematikkvansker. Prosjektet startet i 2004 og vil gå over tre år og innebærer bl.a. oppbygging av lærerkompetansen.
- *Regn med Kristiansand* ledes av Pedagogisk senter i kommunene og Sørlandet kompetansesenter er sammen med Høgskolen i Agder med i prosjektet. Kristiansand PPT og Forumet har et eget utviklingsprogram, og avtalen med Kristiansand innebærer bl.a. at den enkelte skole kan henvende seg direkte til Forumet/PPT med ønsker om assistanse.

Det finnes fyldig omtale av de enkelte prosjektene og ellers om arbeidet til Forumet på internettsidene til Sørlandet kompetansesenter: -www.statped.no/-sorlandet

Ny rammeplan for barnehagene

– Den nye rammeplanen for barnehager er tydeligere enn den forrige når det gjelder å legge til rette for aktiviteter som godt gjennomført vil skape et godt fundament for at barna får et positivt forhold til matematikk. Dette er helt i tråd med vår måte å tenke på og planen har muligheter i seg til å bidra til at færre vil oppleve å komme til kort i faget, sier Hilde Skaar Davidsen.

Det er mer enn nok av oppgaver på matematikkområdet og Forumsteamet ser ut til å glede seg over de mange utfordringene.

Fra venstre: Olav Lunde, Tone Dalvang og Hilde Skaar Davidsen i Forum for matematikkmestring ønsker å bidra til at stadig flere både mestrer og får glede av matematikk.

Fakta om «Forum for matematikkmestring»

MÅL: EN MATEMATIKK FOR ALLE I EN SKOLE FOR ALLE

FORUMET SKAL:

- bidra til utvikling av fagområdet matematikkvansker og matematikkmestring
- spre kunnskap gjennom kurs, seminarer, konferanser og dokumentasjonsarbeid
- delta og ha veiledningsfunksjon i utviklingsprosjekter og materiellutvikling
- arbeide gjennom nettverk på nordisk og internasjonalt plan

FORUMET SAMARBEIDER MED:

- Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæringen
- Høgskolen i Agder
- Nationellt Centrum för Matematikkutbildning, Göteborg
- Professor Olof Magne, Malmø
- Aalborg Universitet, Institut for læring
- In-Clues, A European Network Project, Supported by European Commission
- Andre forsknings- og utdanningsmiljøer, bl.a. i Oslo og Stavanger

MER INFORMASJON:
FORUMET:
www.statped.no/sorlandet/matematikk
Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæringen:
www.matematikksenteret.no
Nordisk forskernettverk:
www.matematikkvansker.net

Systematisk og ryddig arbeid over tid

Sørlandet kompetansesenter har blitt et viktig brohode for arbeid med matematikkvansker. I tillegg til regionale oppgaver har senteret oppgaver både nasjonalt og nordisk.

– Vi har arbeidet med matematikk på en systematisk og ryddig måte gjennom lang tid. Kjente personer slik som Kong Olav og andre, har ikke vært med på å løfte fram dette området på samme måte som for lese- og skivevansker. Det har vært stort behov for øket innsats, sier senterleder Ole Petter Olsen til Spesialpedagogikk.

Betydningsfullt forum

– Satsingen på matematikkvansker har fått fart og form de siste årene. Høgskolen i Agder hadde et godt miljø for matematikkdidaktikk, og det ble i år 2000 innledet et formelt samarbeid med høgskolen, forteller han videre.

Senteret hadde også god kontakt med kjente fagpersoner på feltet slik som Olof Magne, Snorre Ostad, Olav Lunde og Fritz Johnsen. Det var i det hele tatt et godt grunnlag for å etablere et forum våren 2000.

Satsingsområde innenfor Statped

Forumet fikk i Statpeds «Langsiktige plan 2003–2006» et nasjonalt utviklingsansvar for matematikkvansker. Det innebærer bl.a. å bygge opp fagkompetanse på dette området ved de øvrige regionale sentrene i det statlige spesialpedagogiske støttesystemet og dessuten ved Nordnorsk spesialpedagogisk nettverk.

– Vi er motor i dette nettverket og sørger for faglig oppdatering, sier Ole Petter Olsen, og legger til at det også er etablert et forpliktende samarbeid med «Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen» ved NTNU i Trondheim.

Nordisk anerkjennelse

Han nevner også at det lå i forumets mandat å etablere internasjonale kontakter. Det har bl.a. resultert i etableringen av et nordisk nettverk: «Nordic Research Network on Special Needs Education in Mathematics».

– Den store samlingen med faglitteratur fra Olof Magne ser vi på som betydningsfull anerkjennelse av vårt arbeid. (Se Spesialpedagogikk nr. 6–2005). Vi mener det er viktig å profilere dette området og ser for oss en langsiktig satsing, avslutter Ole Petter Olsen.

Forumet er en viktig del av virksomheten til Sørlandet kompetansesenter, sier senterleder Ole Petter Olsen.

FOTO: PETER ARNESEN

Nordic Research Network

Forum for matematikkmestring har med utgangspunkt i mandatet for sitt arbeid tatt initiativ til et nordisk forskernettverk. Det ble formelt opprettet under den andre forskerkonferansen som ble arranger i Örebro i 2003.

Nettverket skal være et møtested for fagpersoner (innen matematikkdidaktikk, spesialpedagogikk og pedagogikk) som arbeider med forebygging av og/eller tiltak for elever med matematikkvansker. Nettverket skal arbeide for at teori og praksis i størst mulig grad blir integrert med hverandre (forsknings- og utviklingsarbeid). En av nettverkets sentrale oppgaver blir derfor å stå som arrangør av de nordiske forskerkonferansene om matematikkvansker.

Det enkelte lands nettverk utnevner hvem som skal delta i styret/arbeidsutvalget og programkomiteen, og den kan supplere seg selv med flere medlemmer ved behov.

Den tredje konferansen ble avholdt i Aalborg i november 2005 med temaet: Matematikkundervisning og inklusjon. Mer enn 80 deltakere fra alle de nordiske landene deltok. En rapport fra konferansen er under arbeid. Den vil bli omtalt i Spesialpedagogikk når den foreligger.

Kontaktpersoner for det nordiske nettverket:

Anna Kristjansdottir (N)
Ann Ahlberg (S)
Michael Wahl Andersen (DK)
Karin Linnanmäki (SF)
Edda Oskarsdottir (ISL)

Les mer på: www.matematikkvansker.net

Siffran som ett verktyg i våra liv

Under många år har Ann-Louise Ljungblad arbetat med elever i matematiksvårigheter och fascinerats av hur olika vi människor är. Att i skolan möta ALLA elevers olikheter i det matematiska lärandet är enormt komplext och när hon som lärare försökte förstå dessa variationer, fann hon ingen teori som inkluderade alla elevers olikheter. Det gjorde att hon valde en sociokulturell inriktning (Säljö, 2000) på sin studie.

av ANN-LOUISE LJUNGBLAD

Ann-Louise Ljungblad är specialpedagog, har lärarutbildning samt fortbildning för lärare kring området matematiksvårigheter. Idag arbetar hon som rådgivare inom Specialpedagogiska institutet.
ann-louise@ljungblad.se

Anledningen till att jag gjorde detta val var att man inom detta synsätt anser att det matematiska lärandet inte enbart kan förläggas till något inre, inne i individen. *Kommunikationssvårigheten ligger mellan eleven och mig som lärare.* Dessutom tar man fokus på att studera språket som ett verktyg och försöker upptäcka hinder i kommunikationen, så att man kan hitta nya vägar till utveckling. Matematiken kan ses som ett språk där vi använder både fysiska och intellektuella verktyg (artefakter) att kommunicera med. Ett av resultaten i studien visar just att *siffror och bokstäver är skilda verktyg* och har inte samma sociala och historiska källa (Ljungblad, 2003a). Låt oss studera några konsekvenser detta synsätt kan få för undervisningen, om man ser siffrorna som unika verktyg.

Vi är på väg in i 2000-talets informationssamhälle, med utveckling och framsteg som en naturlig del av vår vardag. Dagens komplexa samhälle genomsyras av ett omfångsrikt och snabbt informationsflöde. Många röster höjs i debatten och påpekar vikten av att eleverna idag behöver bli goda läsare, som kan söka efter information och även läsa på djupet. Vad som inte lika tydligt uppmärksammats är att mycket av den information som dagligen når oss i tidningar, TV och på våra arbetsplatser är *matematisk information som ska tolkas matematiskt.* Det vi läser, tänker och analyserar med *bokstävers och siffrors hjälp lever i skilda* sammanhang och *kontexter* (Ljungblad, 2003a).

I vår vardag tänker vi kanske inte på alla de gånger vi under en dag använder oss av matematiska tankar. Det finns grova uppskattningar som visar på att vi troligen bearbetar cirka 1000 hänvisningar till matematiska tal i timmen (Butterworth, 1999). Det skulle ge bortåt 16 000 tal varje dag och närmare 6 000 000 matematiska tankar om tal varje året! Det är naturligtvis ett överslag och kan variera avsevärt människor emellan, vissa tänker färre matematiska tankar medan andra personer använder långt fler, beroende på vilken ålder man är i livet, personlighet, yrke och intresse. Vi kan dock som lärare ana att *sex miljoner matematiska tankar årligen är en viktig del i människors liv!*

Många elever vänder matematiken ryggen

Samtidigt ser vi i dagens skolor att många elever vänder matematiken ryggen av olika orsaker och en stor grupp elever lämnar skolan utan tillräckliga kunskaper i matematik. Forsknings- och utvecklingsarbete är allvarligt försummat i fråga om elever med särskilda utbildningsbehov i matematik (Magne, 1998). Ett vanligt synsätt inom forskning är att man tar utgångspunkt ifrån läs- och skrivsvårigheter, vilket vissa forskare anser är den primära faktorn i orsakskedjan (Høien & Lundberg, 1999). Det gör att man utifrån detta synsätt ser matematiksvårigheter som en sekundär problematik, något som stämmer in på en del av våra elevers

svårigheter – men inte alla. Vi är många lärare som känner att området matematiksvårigheter är långt mer komplext än, att det går att lägga in som en mindre underrubrik till området läs- och skrivsvårigheter.

När en elev i skolan tar sig an en matematisk problemuppgift ska man vanligtvis *läsa, skriva, räkna, tänka och lösa det matematiska problemet* och dessutom ibland *samtala* med andra människor (Ljungblad, 2003a). Att beskriva alla mina elevers problem som enbart läs- och skrivsvårigheter, var inte tillräckligt för mig som didaktiker. Jag behövde gå djupare ner i problematiken för att kunna förändra min undervisning. Om en elev upplever stora svårigheter med exempelvis tidsuppfattningen, årets månader, veckodagar och klockan får man ju inte bättre förståelse över dessa matematiska strukturer genom att lästräna! Här behövs istället matematiska dialoger och matematikarbete.

Två stora områden som jag blev fascinerad av och fördjupade mig kring var följande:

1. Elever som uppvisade svårigheter att utveckla, det som jag vid den tidpunkten kallade, «inre abstrakta matematiska bilder».
2. Elever som hade svårt att erövra en matematisk taluppfattning (number sense).

I den första delen av studien med «inre abstrakta matematiska bilder», utvecklade jag tillsammans med eleverna 50 strukturerade matematiska bilder. Dessa bilder – *Matteverktygskort* – är en halvabstrakt tilläggshjälp för elever inom skolår 3–9, så att man kan *arbeta med matematisk problemlösning på en högre nivå* (Ljungblad, 1999, 2001a, 2001b). Arbetet med att utveckla dessa strukturerade matematiska färgbilder var otroligt spännande, eftersom eleverna hade så stark

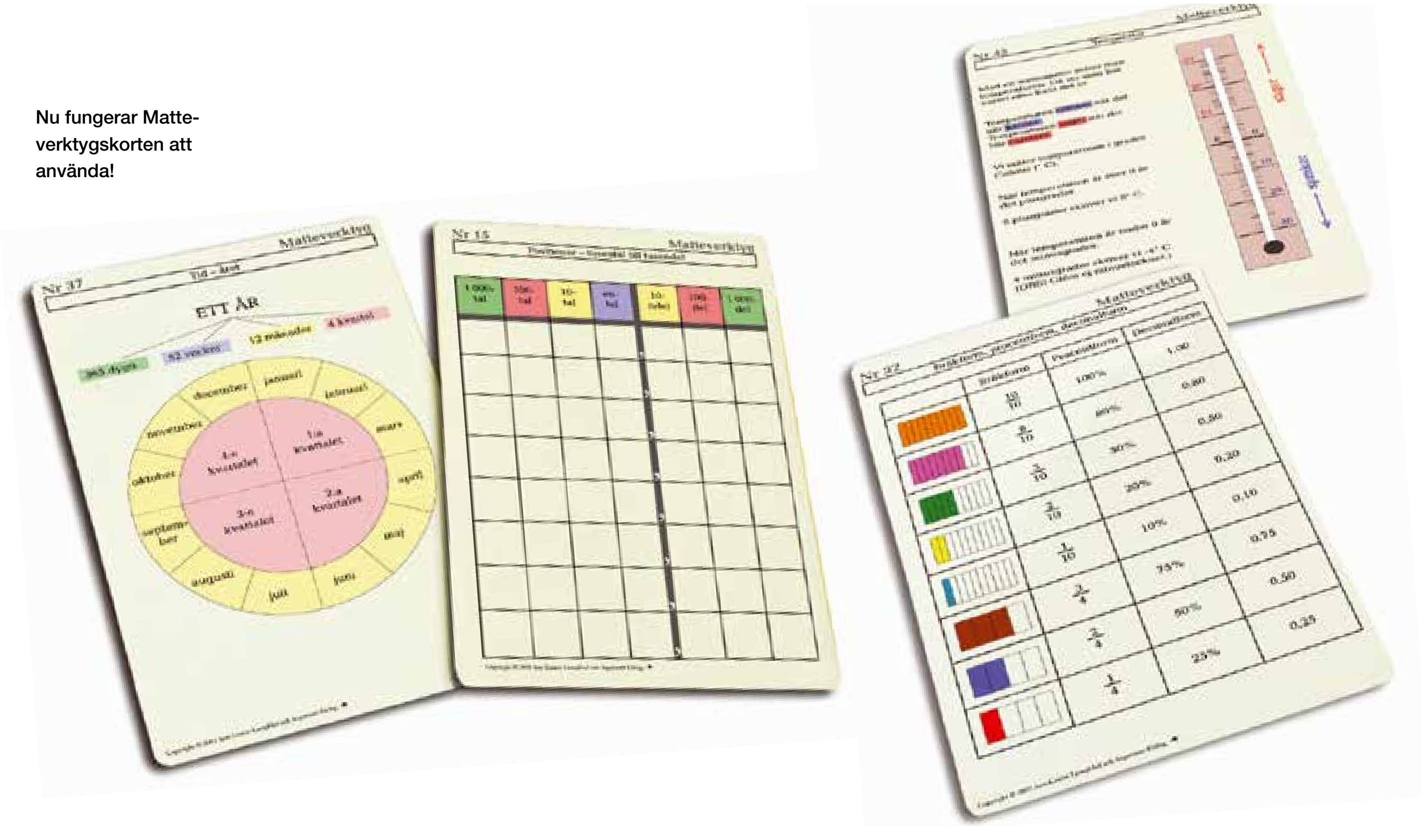
Matematiken finns överallt runt i omkring oss i skolpraktiken, och vi tänker inte som lärare på alla de gånger vi använder oss av matematiska siffror, tal och antal.

känsla för när bilderna fungerade eller ej. Det kunde ta lång tid innan en bild hade arbetats fram och eleverna själva var nöjda och slutligen sa: – Nu fungerar Matteverktygskortet att använda!

Eleverna som uppvisade en svag taluppfattning

Nästa projekt var att försöka fördjupa min förståelse för eleverna som uppvisade en svag taluppfattning. Jag såg tydligt hur det uppstod problem för dessa

Nu fungerar Matteverktygskorten att använda!



elever många gånger under en skoldag, på grund av att vi i alla ämnen använder matematiska tal, både på idrotten, slöjden, geografin och kemin. Matematiken finns överallt runt i omkring oss i skolpraktiken, och vi tänker inte som lärare på alla de gånger vi använder oss av matematiska siffror, tal och antal. Dessa finns naturligt invävda i vårt talspråk, vilket också är en ytterligare orsak till att vi inte enbart kan beskriva matematiksvårigheter som en läs- och skrivsvårighet.

Svårigheter inom grundläggande aritmetikarbete kan påverka elevens totala lärande i alla skolämnen under hela skoldagen.

Under åren intervjuade jag eleverna återkommande och studerade deras taluppfattning. När matematikdidaktiker beskriver vad som kan innefattas i en taluppfattning (Reys & Reys, 1995a, 1995b) känner man som lärare att detta passar in på de elever som utvecklar en god taluppfattning. Forskning inom matematikdidaktik är vanligtvis fokuserad på elever som lyckas, men jag var intresserad av eleverna som inte erövrade en god taluppfattning och vad det kunde bero på. Mitt mål var att framställa en modell som *inkluderade alla elever* och beskriver hur vi människor på olika sätt använder siffror som verktyg. Många pedagoger och didaktiker betonar idag kopplingen mellan matematik och språk, vilket är synnerligen viktigt och intressant. Men jag tog en annorlunda infallsvinkel – *matematiken som ett språk som grundar sig på hur människor använder siffror, tal och antal i den matematiska problemlösningen* (2003a).

Resultatet visade också på hur viktigt det är för eleven att få tillgång till både en övergripande *pedagogisk helhetskartläggning* men dessutom en *matematikdidaktisk kartläggning* som går ner på djupet i grundläggande matematikstrukturer (Ljungblad, 2001a, 2001b, 2003b). Dessutom uppvisade elever i stora läs- och skrivsvårigheter helt annorlunda problem i sitt matematikarbete, än elever som hade svårt att erövra en god taluppfattning vilka kategoriseras i studien som *elever i behov av särskilt didaktisk stöd i matematik.* I mitt arbete med dessa elever i primära matematiksvårigheter kan vi se följande matematikdidaktiska mönster:

- Eleverna har svårt att se *siffrornas unika funktioner* och fastnar istället på likheter och skillnader mellan bokstäver och siffrors utseende.

- De kan *sakna förståelse över någon grundläggande matematisk regel inom aritmetikens struktur*, även långt upp i skolåren. Det kan vara pekräkning, parbildning, antalskonstans, skillnad ordningstal-kardinaltal, vilka är moment som läraren tar förgivet att eleven har med sig från de första årens matematikarbete i skolan.
- Det kan ta lång tid för eleven att uppleva och förstå – att *vi räknar för att komma fram till ett antal* (antalsprincipens dubbla betydelse).
- Svårt att skilja mellan *siffra* (digit), *tal* (number) och *antal* (how many).
- *Svårt att* nå en god «Antalsuppfattning» och *använda siffran som ett enkelt verktyg i positionssystemet.* Förstå vad ett antal är samtidigt som man ser antalets helhet och delar simultant.
- Eleven kan med åren utveckla en personlig och ibland varierande form av *dubbelräkning* (Neuman, 1987).

Dessa sammanlagda svårigheter inom grundläggande aritmetikarbete kan *påverka elevens totala lärande i alla skolämnen under hela skoldagen.* Inom många olika synsätt menar man att räkning bara är oväsentlig mekanisk räkning, men det finns inget i min studie som tyder på att man kan tolka taluppfattningen som sekundär. För att kunna arbeta med matematisk problemlösning krävs abstrakta intellektuella och fysiska verktyg, där en god «Antalsuppfattning» är både primär, fundamental och grundläggande – vilket även asiatiska matematiklärare anser (Ma, 1999). Det är hög tid att lyfta in «Taluppfattningen» och inte minst «Antalsuppfattningen», samt abstrakta matematiska bilder – som primära verktyg i den matematiska problemlösningen (Ljungblad, 2003a)!

Sociokulturellt perspektiv

Ett sociokulturellt perspektiv förknippas med Vygotsky (1978, 1995, 1999), vars teori och forskning med fokus på barns lärande och utveckling i ett sociokulturellt sammanhang ligger till grund för ett nytt perspektiv att se lärande (Ljungblad, 2003a). Vi är biologiska varelser men lever i en sociokulturell verklighet med tillgång till olika slags hjälpmedel och verktyg, vilka tar oss långt bortom de gränser som våra egna biologiska förutsättningar sätter upp (Säljö, 2000). De finns stora möjligheter och potential att inte se siffror och bokstäver som samma verktyg. Siffror, tal och antal används i det matematiska språket, där skolmatematiken vilar på två grunder – aritmetik och geometri. I denna matematiska kontext lever våra siffror och hinder som uppstår inom detta matematikarbete behöver vi matematiklärare, speciallärare och specialpedagoger gemensamt bedriva skolutveckling kring. Att erövra det matematiska språket och få möjlighet att gå ut i vuxenlivet med matematiska verktyg för det livslånga lärandet – måste bli en rättighet för alla människor.

Referenser

BUTTERWORTH, B. (1999). *Den matematiska människan – siffrors roll i vår kultur och historia.* Stockholm: Wahlström & Widstrand.

HØIEN, T. & I. LUNDBERG (1999). *Dyslexi: Från teori till praktik.* Stockholm: Natur och Kultur.

LJUNGBLAD, A.-L. (1999). Matteverktyg. Varberg: Argument.

LJUNGBLAD, A.-L. (2001a). *Att räkna med barn i specifika matematiksvårigheter* (1:a rev upplagan). Varberg: Argument.

LJUNGBLAD, A.-L. (2001b). *Matematisk Medvetenhet.* Varberg: Argument.

LJUNGBLAD, A.-L. (2002). *Barn i matematiksvårigheter.* Examensarbete inom det specialpedagogiska programmet. Institutionen för specialpedagogik. Göteborg: Göteborgs universitet.

LJUNGBLAD, A.-L. (2003a). *En studie av hur barn använder siffror, tal och antal i en matematisk diskurs.* Magisteruppsats i specialpedagogik. Institutionen för pedagogik och didaktik. Göteborg: Göteborg universitet.

LJUNGBLAD, A.-L. (2003b). *Att möta barns olikheter – åtgärdsprogram och matematik.* Varberg: Argument.

MA, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics. Teachers` understanding of fundamental mathematics in China and the United States.* Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum.

MAGNE, O. (1998). *Att lyckas med matematik i grundskolan.* Lund: Studentlitteratur.

NEUMAN, D. (1987). *The origin of arithmetic skills.* A phenomenographic approach. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

REYS, B. J. & R. E. REYS (1995a). Vad är god taluppfattning? *Nämnaren*, *22*(1), 28–32.

REYS, B. J., R. E. REYS ET AL. (1995b). Vad är god taluppfattning? *Nämnaren, 22*(2), 23–26.

SÄLJÖ, R. (2000). *Lärande i praktiken. Ett sociokulturellt perspektiv.* Stockholm: Prisma.

VYGOTSKY. L. S. (1978). *Mind in society. The development of higher psychological processes.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

VYGOTSKY, L. S. (1995). *Fantasi och kreativitet i barndomen.* Göteborg: Daidalos.

VYGOTSKY, L. S. (1999). *Tänkande och språk.* Göteborg: Daidalos.

Självuppfattning och lärande i matematik

I samband med undervisning och inlärning spelar självuppfattningen en central roll på flera sätt. Dels strävar man inom utbildningar av olika slag till att positivt utveckla individens personlighet genom att påverka självuppfattningen, dels strävar man till att höja nivån på individens prestationer genom att höja nivån för självuppfattningen.

av KARIN LINNANMÄKI

Karin Linnanmäki är PeD, speciallärare och lektor vid Enheten för specialpedagogik, Pedagogiska fakulteten, Åbo Akademi. klinnanm@abo.fi

Självuppfattningen hos elever med inlärningssvårigheter eller låga prestationer har varit föremål för mycken forskning genom tiderna. Elever med inlärningssvårigheter löper stor risk att utveckla en mer negativ självuppfattning än sina jämnåriga och hamna in i en ond cirkel på grund av sina erfarenheter av sina inlärningssvårigheter och de beteendemönster som svårigheterna primärt eller sekundärt sammanhänger med.

Matematikämnet är sannolikt det skolämne som har det starkaste inflytandet på elevernas självuppfattning (Pajares & Miller, 1995). Undervisningen i matematik inleds redan vid skolstarten. De flesta eleverna lär sig räkna, men några har svårigheter och behöver extra stöd och hjälp av lärare. Konsekvenserna av svårigheterna i matematik är dock större än enbart svaga provresultat eller låga betyg. När man misslyckas i matematik sker samtidigt en metainlärning som mycket starkt lär eleven hurudan han eller hon är som elev. Matematiken har en starkare effekt än övriga ämnen i att differentiera eleverna, inte enbart utifrån begåvning och prestationer, utan även utifrån social bakgrund och kön.

Självuppfattning

I många av de tidiga undersökningarna där självuppfattning studerades i förhållande till elevers beteende och skolprestationer, fann man signifikanta samband mellan låg självuppfattning och svaga prestationer. Speciellt tydligt var detta samband bland gossar. Dessutom rapporteras i många av undersökningarna även samband till olika typer av beteenden. Burns (1979) refererar undersökningar som berör elevers självuppfattning och prestationer redan från 1950-talet, där man konstaterat att lågpresterande elever 1) upplever att de blir kritiserade, bortstötta och isolerade, 2) agerar med eftergivenhet, undanflykter eller negativism och 3) är oförmögna att uttrycka sig adekvat både gällande situationer och gällande känslor.

Chapman m.fl. (1990) konstaterade att självuppfattningen är relativt oberoende av intelligensen, men korrelerar med skolprestationer. Framgång i läsning, skrivning och matematik korrelerar positivt med elevens självbild i skolan (akademisk självuppfattning), men inte med övriga områden för självuppfattning (Montgomery, 1994). Det har även påtalats att en

positiv akademisk självbild är en nödvändig men inte tillräcklig förutsättning för framgång i studier.

I forskningen om samband mellan skolprestationer och självuppfattning har tydliga åldersmönster kunnat påvisas. I studier av yngre elever, i årskurserna 1 och 2, har påvisats att elevernas uppfattning om de egna prestationerna vanligen inte motsvarar prestationerna (Bouffard, m.fl., 1998). Samband har dock kunnat påvisas hos unga elever som kognitivt fungerar på hög nivå. Hos äldre elever har man däremot funnit att uppfattningen om den egna förmågan motsvarar de reella prestationerna och att denna uppfattning är viktig som determinant för prestationsmotivation, aspirationsnivå och skolprestationer.

När barn inleder sin skolgång har de ofta en rätt positiv självuppfattning. Flere forskare har konstaterat att självuppfattningen tenderar att bli svagare under de första skolåren. Självuppfattningen försvagas mest under de fem första skolåren. Förändringarna som sker under ett halvt år är små, men de förändringar som skett blir bestående. De förändringar i självuppfattning som sker för elever i åldern 11–13 år är större än för elever i åldern 13–15 år, då självuppfattningen redan anses vara rätt stabil. Självuppfattningen påverkar många egenskaper hos skoleleverna och avspeglas i elevens beteende.

Resultaten från den omfattande forskningen om samband mellan självuppfattning och skolprestationer kan vara missvisande eftersom de vanligen presenteras helt utan anknytning till gällande kontext (Hattie & Marsh, 1996). En sådan kontextuell faktor som inverkar, är t.ex. prestationsnivån i klassen eller skolan (Skaalvik, 1997). Att vara t.ex. en genomsnittselev gällande prestationer i en klass med högpresterande elever kan inverka på flere sätt så att självuppfattningen är:

1. under genomsnittet, eftersom jämförelser görs med elever över genomsnittet
2. över genomsnittet som effekt av tillhörighet i övergenomsnittlig grupp (gruppidentifiering, assimilationseffekt)
3. genomsnittlig som ett resultat av att den förblir opåverkad av den omedelbara kontexten av övriga elever eller på grund av att effekten av (1) och (2) uppträder samtidigt och tar ut varandra

Den vanliga följden är dock att en elev i en högpresterande grupp har lägre självuppfattning än en elev i en grupp medelpresterare, trots att bägge eleverna ligger på samma prestationsnivå.

Könsskillnader

Skillnader mellan könen i samband mellan skolprestationer och självuppfattning har varit föremål för forskning sedan 1970-talet när Purkey (1970) i sin sammanställning konstaterade att sambandet mellan prestationer och självuppfattning var starkare för pojkar än för flickor.

Marsh, Smith och Barnes (1985) fann att flickor hade lägre självuppfattning i matematik än pojkarna, trots att flickornas matematikprestationer var högre (i standardiserade test och skattat av lärare). De jämförelser med annan forskning från närliggande områden som dessa forskare gjorde, visar att den matematiska självuppfattningen för flickor sjönk innan en motsvarande sänkning i prestationsnivån kunde noteras. Den lägre verbala självuppfattning som uppmätts bland pojkarna berodde enligt Marsh m.fl. (1985) på att de verbala prestationerna för pojkar var lägre än för flickor. En tolkning av detta är att den matematiska självuppfattningen för flickornas del har en kausal inverkan. Denna tolkning kan tänkas gälla endast i de lägre årskurserna. Motsvarande resultat för äldre elev er (Byrne, 1996) kan inte förklaras med denna kausalitet. Resultaten förklaras för äldre elevers del av könsrollsstereotypier som påverkar prestationerna direkt och motsvarande område för självuppfattning indirekt. Skaalvik (1997) konstaterar att ett allmänt accepterande av denna förklaring försvåras av det faktum att kausalitet i samband med självuppfattning och prestationer är synnerligen svår att påvisa.

Matematikämnet är sannolikt det skolämne som har det starkaste inflytandet på elevernas självuppfattning.

Trots att man i de flesta undersökningar funnit positiva samband mellan prestationer och självuppfattning kan vissa elevgrupper ha avvikande resultat. Speciellt pojkar som intelligensmässigt befinner sig över den genomsnittliga nivån, men som presterar under sin förmåga, har visat sig ha lägre självuppfattning än sina jämnåriga som intelligensmässigt befinner sig på samma nivå och som presterar enligt sin förmåga (Wigfield & Karpathian, 1991).

Elever med inlärningssvårigheter

Allmänt kan sägas att inlärningssvårigheter föreligger när den avsedda inlärningen uteblir. Lärandet kan utebli helt eller ske enbart delvis och ibland kan lärandet ske snedvridet (Illeris, 1999). Ur ett pedagogiskt perspektiv är det av synnerligen stor vikt att reda ut orsakerna till varför elever inte lär sig. Orsakerna till att elever inte lär sig, icke-lärandet (non-learning), kan indelas i tre kategorier. Den första kategorin, förförståelse (presumption), innebär att man på förhand anser sig ha en förförståelse av något och därför inte lägger märke till nya läromöjligheter. Den andra kategorin, icke-beaktande (nonconsideration), innebär att man registrerar nya möjligheter men att man inte tar hänsyn till dem, exempelvis för att man är stressad eller rädd för vad det skulle kunna medföra. Den tredje kategorin, avvisande (rejection) innebär att man medvetet och aktivt bestämt sig för att inte lära sig något nytt i en viss situation. Eftersom det önskade lärandet uteblir för eleverna i samtliga tre kategorier, innebär följden ofta i praktiken, att de klassificeras som elever med inlärningssvårigheter.

De starkaste sambanden mellan självuppfattning och prestationer återfinns i den låga eller negativa ändan av skalan. Således är prediktionen starkare både för låg självuppfattning som följd av svaga prestationer och svaga prestationer som följd av låg självuppfattning, än för hög självuppfattning som följd av goda prestationer eller goda prestationer som följd av hög självuppfattning.

Elever med inlärningssvårigheter som grupp kännetecknas av de har en helt annan uppsättning affektiva egenskaper än sina jämnåriga. De lågpresterande eleverna har en låg uppfattning om sin prestationsförmåga, en relativt negativ akademisk självuppfattning kombinerad med en tendens till inlärd hjälplöshet och lägre förväntningar på att lyckas i skolan. Man har allmänt antagit att dessa negativa affektiva egenskaper hos elever med inlärningssvårigheter ytterligare skulle utvecklas, som följd av de låga prestationerna. Chapman (1988) konstaterar dock att de verkar bli kvar på samma nivå under en relativt lång tid. När den sociala och fysiska dimensionen i självuppfattningen jämförts för olika elevgrupper (elever med inlärningssvårigheter, medelpresterare och elever med begåvning över genomsnittet) har inga skillnader framkommit.

Den akademiska självuppfattningen formas som följd av den jämförelse eleven gör i sin omedelbara sociala kontext. Eftersom antalet gossar med inlärningssvårigheter av olika slag är betydligt större än antalet flickor med inlärningssvårigheter, blir storleken på jämförelsegruppen med motsvarande svårigheter för gossarnas del i vanliga fall större än för flickornas del (Byrne, 1996). Flickor med inlärningssvårigheter är ofta de enda i sin klass. Detta kan vara orsaken till att flickor med inlärningssvårigheter utvecklar lägre akademisk självuppfattning än gossar. Heterogeniteten i en klass med många elever med inlärningssvårigheter medför att elever som inte har inlärningssvårigheter, speciellt gossar, utvecklar högre akademisk självuppfattning.

När jämförelse av nivån i den matematiska självuppfattningen gjorts i förhållande till tillbringad tid i specialundervisning har det noterats att ju mer tid eleven tillbringat per dag i specialundervisningen desto högre nivå på självuppfattning i matematik hade eleven (Kruger och Wandle, 1992).

Allmänt kan sägas att inlärningssvårigheter föreligger när den avsedda inlärningen uteblir.

Självuppfattning och matematik

Matematik torde vara ett av de få av skolans ämnen som har ett särskilt forskningsområde inriktat på oro och ångest, kallat matematikängslan (mathematics anxiety). På 70-talet när ängslighet i matematik ofta fokuserades i olika undersökningar, fann man att elever med hög självuppfattning i matematik hade låg nivå på ängslighet i matematik och vice versa. Orsaken till att självuppfattningen framom ängslighet i matematik blivit föremål för forskning i samband med prestationer i matematik, är att självuppfattningen är en variabel som berör alla elever, medan ängslan som variabel berör endast ett fåtal elever.

Självuppfattning i matematik, som av Reyes (1984) benämns självförtroende (self-confidence), är den faktor som framstått som den mest centrala vid diskussioner om affektiva faktorer som påverkar inlärning och prestationer i matematik. Han påpekar att självförtroendet har ett starkare samband med prestationer än andra affektiva variabler.

Skillnader i elevers självuppfattning i matematik hos 7- och 11-åringar påvisas i en undersökning som Blatchford (1992) utförde. Han konstaterar att 11-åringar inte längre uppvisar en lika överdriven uppfattning om sin matematiska förmåga som 7-åringar tenderar att göra. Hos 11-åringarna motsvarar även den egna uppfattningen om den matematiska förmågan mera de resultat de uppvisar i prov. Att den matematiska självuppfattningen försvagas eller blir mer realistisk med stigande ålder hos skolbarnen, kan ses som en följd av den kognitiva utveckling, som gör att äldre elever uppfattar förmåga i matematik som en varaktig egenskap. De äldre eleverna har också förmåga att uppfatta och anpassa sig till omgivningens utvärdering av deras prestationer.

I ett antal internationella komparativa studier om könsskillnader i matematikprestationer har man sökt förklaringarna i skillnader i självuppfattning, speciellt i den matematiska självuppfattningen. Manger (1997) konstaterar i sin översikt över forskningen på området att affektiva variabler har en starkare inflytan på matematikprestationerna för flickor än för pojkar. Flera forskare har funnit att flickor har lägre matematisk självuppfattning än pojkar, trots att prestationsskillnader i matematik inte noterats och till och med när flickorna presterat bättre än pojkarna. Dessa resultat får stöd i teorierna om hur samhällets könsrollssterotypier har effekt på både prestationer och självuppfattning. Könsskillnaderna i matematisk självuppfattning och sambandet mellan prestationer i matematik och självuppfattning stöder antagandet att de könsskillnader till förmån för pojkarna, som rapporterats i olika undersökningar har sin grund i att pojkarnas högre självvärdering i matematik.

Skolan har många möjligheter att stöda utvecklingen av en positiv självuppfattning. Alltför ofta sker det motsatta.

Sambandet mellan matematisk självuppfattning och matematikprestationer påverkas av många faktorer. En elevs uppfattning av den egna matematiska förmågan kan relateras både till inre jämförelser (internal comparision) och till yttre jämförelser (external comparision). I den inre jämförelseprocessen jämför personen sin matematiska förmåga i förhållande till t.ex. sin verbala förmåga. I den yttre jämförelseprocessen jämför eleven sina matematikprestationer i förhållande till klasskamraternas prestationer. Om t.ex. en elev uppskattar att både hans matematiska och verbala förmåga är under genomsnittet i klassen (yttre jämförelse), men uppfattar sig vara bättre i matematik än inom verbala områden (inre jämförelse), kommer hans matematiska självuppfattning sannolikt att vara högre än den verbala självuppfattningen. Om den inre jämförelsen får större vikt än den yttre kan elevens matematiska självuppfattning då vara t.o.m. mycket hög trots att prestationerna är svaga (Byrne, 1996).

Förutom prestationerna i matematik påverkas även elevens övriga lektionsbeteende av elevens självuppfattning i matematik. Pajares (1996) refererar en undersökning där man fann att elever med hög självuppfattning var mer benägna än elever med låg självuppfattning att lösa problem och korrigera felräknade uppgifter. Detta mönster kunde skönjas såväl bland låg- och medelpresterande som högpresterande elever.

Skolans roll

Skolan har många möjligheter att stöda utvecklingen av en positiv självuppfattning. Alltför ofta sker det motsatta. I alltför många fall innebär skolgången för enskilda elever en ständig känsla av misslyckande. När skolan har inverkat verkligt radikalt på självuppfattningen hos någon elev har effekten vanligtvis varit negativ. Av alla de barn som har negativ självuppfattning är situationen värst för de elever som dessutom är ängsliga och blyga. Risken är stor att en sådan elev blir helt utan uppmärksamhet i klassen. Ibland kommer läraren inte ens ihåg elevens namn.

Att stöda en positiv utveckling av självuppfattningen hos barn och ungdomar som har en negativ självuppfattning är inte lätt. Dessa barn är ofta oförmögna att ta emot beröm, eftersom de upplever att de inte är värda det. Trots detta har de hela tiden ett desperat behov att få vara nära någon, som hjälper dem att bättre acceptera sig själva. Den medvetenhet om sig själv som du kan ge barnen är kritisk eftersom den fungerar som utgångspunkt för utveckling och omformning av självuppfattning (Harter, 1996).

Att undervisningen har samband med elevers prestationer i matematik är en självklarhet. Lika självklart torde det vara att elevers självuppfattning påverkas av undervisningen. Eftersom matematikprestationerna och självuppfattningen dessutom starkt korrelerar, speciellt i de högre årskurserna, inverkar undervisningen i matematik direkt och indirekt både på utvecklingen av prestationerna i matematik och på utvecklingen av självuppfattningen hos eleven (Linnanmäki, 2002).

Å lese i matematikken

Hva betyr elevenes leseferdighet for tilrettelegging av matematikk?

Lesing inngår som en del av matematikken. Dette gir spesielle utfordringer til de elevene som har svake leseferdigheter. I denne artikkelen rettes oppmerksomheten mot leseferdighetens betydning i matematikken, og det pekes på hva vi kan gjøre for at leseferdighetene i minst mulig grad skal være et hinder for arbeidet med matematikk.

av ELIN REIKERÅS

Elin Reikerås er doktorgradsstipendiat ved universitetet i Stavanger.
elin.reikeraas@uis.no

Skriftspråk er sentralt for å mestre utfordringer i hverdags- og arbeidsliv. Derfor har det å tilegne seg skriftspråklige ferdigheter både på det norskfaglige og det matematikkfaglige området stor plass i skolen. Det å lese, skrive og regne er grunnleggende ferdigheter og en del av alle skolefag (jamfør Kunnskapsløftet). Det er mange felles trekk mellom skriftspråkene i norsk og matematikk, men det er også en del som er ulikt (Reikerås, 2005b). Rundt 20 % av elevene strever med skriftspråkene i en eller annen form, og av disse har rundt en tredel vansker knyttet hovedsakelig bare til lesing og skriving, en tredel bare til matematikk, og en siste tredel har svake prestasjoner på begge områder (Ostad, 1998; Reikerås, 2003).

Gjennom mitt doktorgradsarbeid har jeg studert matematikkutviklingen til de tre nevnte hovedgrupper av elever med vansker knyttet til matematikk og/eller lesing (Reikerås, 2003, 2004, 2005a, 2005b, 2005c, submitted-a, submitted-b, submitted-c)[1]. Disse gruppenes utvikling er sammenlignet med matematikkutviklingen til en gruppe elever med normalprestasjoner både i lesing og matematikk. Totalt sett er ferdighetsutvikling i matematikk og lesing hos over 1000 elever i aldersgruppen 8–15 år fulgt over en 3 års periode. Det viser seg at elevene i de tre hovedgruppene med svake prestasjoner på et eller begge områder har forskjellig behov for tilrettelegging av matematikklæringen. Marita, Alexander, Ida og Johannes er elever fra de tre gruppene med skriftspråkvansker, og vi skal i det følgende se hvilke utfordringer de har i møte med matematikken.

Svake leseferdigheter, men likevel gode regnere?

Selv om det i leseforskning har blitt framholdt at svake matematikkprestasjoner er en naturlig følge av svak leseferdighet (se for eksempel Høien & Lundberg, 2000) klarer mange svake lesere seg godt i matematikkfaget. I den nylig gjennomførte studien presterer halvparten av de lesesvake elevene nesten på lik linje med gruppen av elever med normalprestasjoner i lesing og regning på mange typer oppgaver. For eksempel viser analyser av skriftlige regneoppgaver uten tekst en nesten identisk regneutvikling hos disse to gruppene av elever. Elevene med svak leseferdighet som mestrer skriftlig regning har likevel utfordringer i møte med matematikkfaget.

Bruk av tekst er et kritisk område. For de lesesvake som mestrer skriftlige regneoppgaver, gir ikke tekstoppgaver med lite tekst negative utslag, men når teksten blir mer omfattende og mer komplisert, kan den vanskeliggjøre oppgaveløsningen slik som i denne oppgaven:

> Kristine skal på januarsalg. Hun har fått en del penger til jul og har også penger liggende fra bursdagen i november. Totalt sett har hun 345 kroner, når hun regner med de 278 hun fikk til bursdagen. Hun har flaks og sparer litt penger fordi far skal på fotballtrening, og da får hun sitte på med ham ned til byen. Hvor mye har hun å handle for etter at hun har lagt av penger til bussen hjem (koster 10 kroner en vei)?

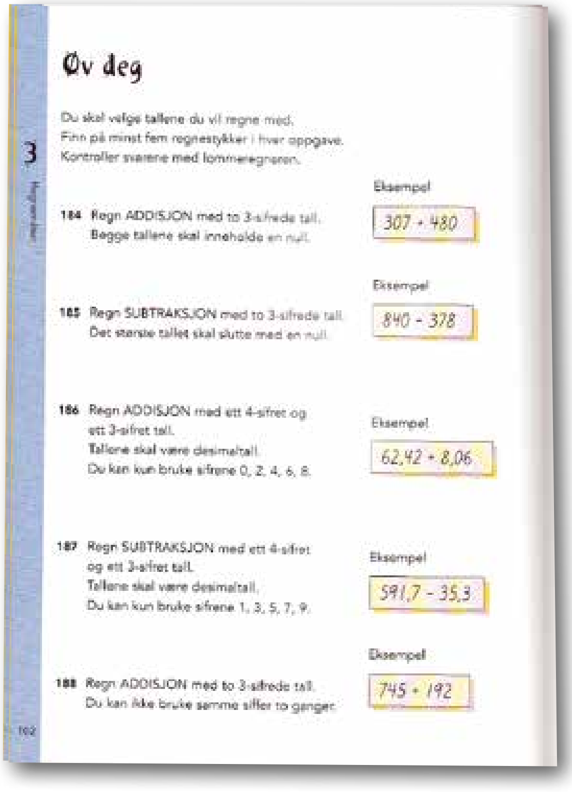
Denne oppgave er strengt tatt 345 – 10, men er på grunn av all teksten er den uoverkommelig for Alexander som tidligere i timen klarte å løse oppgaven 10032 - 787 raskt og effektivt. Alexander strever med lesing, og all teksten gjør at også en del av matematikken blir vanskelig. Når det er tekst involvert i oppgaveløsningen er det også leseferdigheter som i stor grad måles, ikke bare matematikkferdigheter.

Tekst forekommer i stor grad i matematikkbøkene både som instruksjoner og i selve oppgavene. Mange av bøkene prioriterer nyansert ordbruk framfor tilgjengelighet for elevene. For gode lesere er ikke dette noe problem, men for de som strever med lesing kan det hindre at de klarer å løse oppgaven. Denne oppgaven klarte ikke Ida å løse (fra side 81 i Venheim, Skoogh, Nilsson, Johansson, 1999):

> I mange av vakttårnene har bunnen form som et kvadrat med side 12 meter. De er 11–12 meter høye, og på toppen er målene 9 x 9 meter.
>
> **7** Tegn et tårn sett fra siden i målestokk 1 : 100.
>
> **8 a** Tegn tårnets grunnflate i samme målestokk, 1 : 100.
>
> **b** Gjør det samme med toppflata til tårnet.

Ida kan regne ut arealet av et kvadrat, men hun klarte ikke klarte å koble «toppen» og «toppflaten».

De senere årene har det vært en tendens hos lærebokforfattere å tekstliggjøre flest mulig oppgaver. Tanken bak er å gjøre matematikken mer hverdagsnær og uttrykke den i et (for de fleste) mer tilgjengelige språk. Selv regneoppgaver uten kontekst kan vi se bakes inn i mye tekst og på den måten gjøres mer utilgjengelige for elever med svake leseferdigheter (fra side 102 i Pedersen, Pedersen. & Skoogh, 2003):



Øv deg

Du skal velge tallene du vil regne med.
Finn på minst fem regnestykker i hver oppgave.
Kontroller svarene med lommeregneren.

184 Regn ADDISJON med to 3-sifrede tall. Begge tallene skal inneholde en null.
Eksempel: 307 + 480

185 Regn SUBTRAKSJON med to 3-sifrede tall. Det største tallet skal slutte med en null.
Eksempel: 840 - 378

186 Regn ADDISJON med ett 4-sifret og ett 3-sifret tall. Tallene skal være desimaltall. Du kan kun bruke sifrene 0, 2, 4, 6, 8.
Eksempel: 62,42 + 8,06

187 Regn SUBTRAKSJON med ett 4-sifret og ett 3-sifret tall. Tallene skal være desimaltall. Du kan kun bruke sifrene 1, 3, 5, 7, 9.
Eksempel: 591,7 - 35,3

188 Regn ADDISJON med to 3-sifrede tall. Du kan ikke bruke samme siffer to ganger.
Eksempel: 745 + 192

102

Både Ida og Alexander er svake lesere, men gode regnere når de slipper tekst. Begge vet at for eksempel 3 + 5 er 8 uten å måtte telle. At de har automatisert slike enkle tallkombinasjoner (regnefakta) gjør at de også er effektive regnere av regnestykker med flersifrede tall. De mestrer skriftlige oppstilte oppgaver uten tekst greit.

Svake regnere og betydningen av leseferdighet

Johannes har som Ida og Alexander svak leseferdighet, men han strever også med regning av oppstilte oppgaver. Typisk for de aller fleste elever som har svake regneferdigheter over tid (og da ofte omtales som å ha matematikkvansker), er at de ikke automatiserer regnefakta slik elever med en god matematikkutvikling gjør (Ostad, 2001). Johannes må bruke telling hver gang han skal regne. Han må for eksempel telle seg fram til svaret på oppgaven 34 + 67, det tar tid. I tillegg til å streve med utregningene har Johannes også vansker knyttet til det som er beskrevet tidligere i artikkelen om tekst. Tellingen tar i seg selv mye ressurser, og hvis det i tillegg er lagt på tekst blir oppgaven uoverkommelig. Johannes tilhører den gruppen av elever som både har svake lese- og matematikkferdigheter. Gruppen av elever som har både svake lese- og matematikkferdigheter har spesielt store utfordringer knyttet til matematikklæringen. I studien som nå er gjennomført, er dette den gruppen elever jeg finner å ha de mest vedvarende problemene, noe som også stemmer overens med tidligere forskning (se for eksempel Silver, Pennet, Black, Fair, & Balise, 1999).

Marita liker å lese, men må som Johannes alltid bruke telling for å finne «hvor mange». Selv ikke enkle oppgaver som 2 + 3 vet hun svaret på uten å måtte ta i bruk enten fingertelling eller tegne tellestreker. Derfor sliter hun mye med regneoppgavene med flersifrede tall. Hun synes at matematikkoppgavene blir lettere når de «handler om noe, og ikke bare er tall», men hun legger til at «men det må ikke handle om noe som er vanskelig». Også for Marita er teksten kritisk. Dette klarer hun greit:

> Far er 180 cm høy, og Kari er 100 cm. Hvor stor er høydeforskjellen mellom Kari og far?

Det skal små endringer til for at Marita ikke klarer oppgaven, som for eksempel at rekkefølgen på tallene byttes:

> Kari er 100 cm høy, og far er 180 cm. Hvor stor er høydeforskjellen mellom Kari og far?

Marita har ikke problemer med lesingen av oppgaven. Utfordringen er at det som skal trekkes fra plutselig står først. Denne reverseringen av oppgaven blir for utfordrende. Johannes klarer ingen av oppgavene fordi han gav opp lesingen på «høydeforskjell».

Marita har som de andre elevene med svake matematikkferdigheter, men normale leseferdigheter, et fortrinn i sin språklige styrke. Resultatene i studien min viser at dette bare gir utslag på de enkleste typene av oppgaver, og ser ut til å ha mest betydning for matematikkutviklingen de første skoleårene. For eksempel viser det seg at fram til 9–10 års alder er gruppen av elever med bare svake prestasjoner i matematikk signifikant bedre enn gruppen som strever både med lesing og matematikk på oppstilte regneoppgaver uten tekst. Dette på tross av at gruppene er like svake i å hente fram regnefakta.

> Når det er tekst involvert i oppgaveløsningen, er det også leseferdigheter som i stor grad måles, ikke bare matematikkferdigheter.

Ved ti års alder og videre opp i alderstrinnene er det ikke noen signifikant forskjell mellom de to gruppene med svake matematikkferdigheter på regneoppgaver. Leseferdigheten ser også i liten grad å påvirke matematikkutviklingen til de matematikksvake elevene. Dette stemmer overens med forskning som viser at gruppen av matematikksvake elever ser ut å utvikle seg til en mer ensartet gruppe jo høyere en kommer i klassetrinnene (Ostad, 2001). En kan stille spørsmålstegn med om leseferdighetene til gruppen som bare strever med matematikk har blitt godt nok utnyttet i matematikkopplæringen. (Se artiklene av Arne Engström og Michael Wahl Andersen).

Dilemmaet med kontekst, løses ved visuell og/eller muntlig støtte?

Ønsket om at matematikk skal settes inn i en sammenheng som elevene opplever meningsfull, blir ofte løst ved at en lager mye tekst i og rundt oppgavene. For elever med normale skriftspråkferdigheter øker vanskegraden noe med tekst i oppgavene, men langt fra så mye som for de elevene som strever med lesing og/eller matematikk. Vi har sett eksempler på hvordan tekst kan gjøre matematikken vanskelig for Ida, Alexander, Marita og Johannes. Konklusjonen er likevel ikke at disse elevene bare skal få «reine» regneoppgaver fri for kontekst. Vi må lete etter alternative veier slik at også disse elevene kan få erfaringer med å løse oppgaver satt inn i meningsfulle kontekster.

Noen ganger er det lite som skal til. Når for eksempel Tomas forteller Ida at toppflaten er «akkurat som lokket på tårnet», klarer også Ida oppgaven.

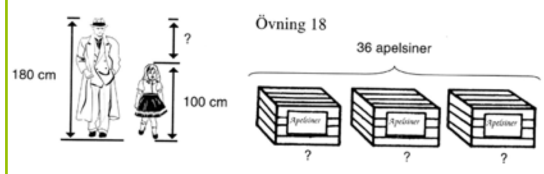
Støtte via forklaringer av enkeltord i teksten, og bruk av et enklest mulig språk i instruksjoner kan være til god hjelp for Ida og andre som strever med lesingen.

Støtte via forklaringer av enkeltord i teksten, og bruk av et enklest mulig språk i instruksjoner kan være til god hjelp for Ida og andre som strever med lesingen. Tomas er en god leser og en god regner. Han hadde lest siden lenger foran i regneboken som var tettpakket med tekst om den kinesiske mur. Ut fra dette hadde Tomas fått en forestilling om hvordan tårnet så ut. Ida hadde selvsagt hoppet over den siden fordi den var så full av tekst. Hadde hun fått teksten om den kinesiske mur lest høyt i forkant hadde kanskje mulighetene vært større for at hun skulle klare denne utfordringen? Kanskje kunne hovedessensen i teksten trekkes sammen til en kortere tekst i en enkel språkform mer tilgjengelig for Ida?

Det å få lest tekst høyt kan være en støtte for de lesesvake, men mange av de svake lesere har også vansker knyttet til lydmessig informasjon. I forhold til regning har vi tidligere pekt på hvor lite leseferdigheter ser ut til å bety for løsing av skriftlige oppgaver uten tekst. Derimot finner jeg i min undersøkelse at svak leseferdighet har store konsekvenser på ekte muntlige oppgaver; oppgaver der eleven bare har det lydmessige å forholde seg til. På disse oppgavene gjør elevene med svake leseferdigheter det vesentlig dårligere enn på sammenlignbare oppgaver der de har noe visuelt som støtte. Former for visuell støtte som for eksempel at tallsymbolene gis skriftlig i tillegg til muntlig, eventuelt som bilde, at blyant kan brukes i løsning av oppgaven osv. ser ut til å være det som betyr mest for om de elevene som strever med lesing, lykkes med oppgaven.

Visuell støtte kan også delvis erstatte tekst i mange sammenhenger som i denne oppgaven der tekstoppgaven forenkles via bilder (fra s. 170 i Magne, 1998):

Med kontekst, men uten tekst



Her er det ingen tvil om at en skal regne ut forskjell på høyden mellom mannen og jenta, og hvor mange appelsiner det er i hver kasse. Oppgaven viser til praktiske situasjoner elevene kjenner uten å bruke alt for mange ord. Slike oppgaver er gode for de som strever med lesing og/eller matematikk. Oppgaven med bilde av mannen og jenta er den samme oppgaven som Johannes og Marita prøvde å løse. Bildet fjerner bruken av ordet «høydeforskjell», og tallenes plassering i forhold til hverandre som Marita strevde med, står heller ikke i veien for oppgaveløsingen.

Slike oppgaver er gode for de som strever med lesing og/eller matematikk og kunne med enkle grep erstatte mange av tekstoppgavene uten at kontekstefekten forsvant.

Enkle grep i riktig retning

Svak leseferdighet ser ikke ut til å ha så stor negativ påvirkning på matematikkutviklingen som tidligere antatt. Dette gjelder både for de elevene som har svake matematikkprestasjoner og de som har normalprestasjoner i matematikk.

Likevel kan bruk av tekst og mangel på visuell støtte gi store negative utslag for matematikkprestasjonene til elever som strever med lesing. Det betyr at det å vurdere matematikkferdighetene til elever med svak leseferdighet ut fra oppgaver der tekst inngår, eller rent muntlige oppgaver uten visuell støtte, kan gi et galt bilde av elevens matematikkferdigheter. For å oppsummere kan en si at det bør tilstrebes at:

- illustrasjoner i større grad erstatter deler av tekst i matematikkbøkene
- visuell støtte blir en selvfølge for de lesesvake
- ordbruken i tekst forenkles
- muntlig støtte gis der tekst er nødvendig

På denne måten fjernes noen vanskeligheter i regningen for elever som Johannes og Marita, og elever som Ida og Alexander har muligheter til å lykkes med enda flere oppgaver i matematikken.

I denne artikkelen har vi sett på noen konsekvenser av den forskningen som nå foreligger på området. Ennå trengs det mer forskning om hvilke metoder og innfallsvinkler som kan hjelpe elevene med ulike typer vansker knyttet til skriftspråkene. Slik kunnskap kan gi flere elever muligheter til å utvikle sin matematikk på best mulig måte. ■

Note

[1]Inneholder detaljer fra resultater som det refereres til i det følgende.

Referanser:

HØIEN, T., & I. LUNDBERG (2000). *Dysleksi. Fra teori til praksis.* Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

LIGHT, G. J., & J. C. DE FRIES (1995). Comorbidity of Reading and Mathematics Disabilities: Genetic and Environmental Etiologies. *Journal of Learning Disabilities, 28,* 96–106.

MAGNE, O. (1998). Att lyckas med matematik i grundskolan. Lund: Studentlitteratur.

MCCLOSKEY, M. (1992). Cognitive mechanisms in numerical processing: Evidence from acquired dyscalculia. Cognition, 44 (1–2), 107–157.

OSTAD, S. (1998). Comorbidity between mathematics and spelling difficulties. *Logopedics Phoniatrics Vocology* (Log Phon Vocol), 23 (4), 145–154.

OSTAD, S. (2001). Matematikkvansker, et resultat av forsinket eller kvalitativ forskjellig utvikling? *Spesialpedagogikk, 3,* 9–14.

PEDERSEN, B. B., P. I. PEDERSEN & L. SKOOGH (2003). Abakus, matematikk for femte klasse. Oslo: Aschehoug.

REIKERÅS, E. (2003). Sammenhenger mellom matematikkvansker og lesevansker sett i et longitudinelt perspektiv. Paper presented at the The 2.nd Nordic Research Conference on Special Needs Education in Mathematics, Örebro.

REIKERÅS, E. (2004). *Connections between skills in mathematics and ability in reading.* Paper presented at the The 28th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Bergen.

REIKERÅS, E. (2005a). *Sammenhenger mellom matematikkvansker og lesevansker?* Paper presented at the Landskonferanse for PP tjenesten. Spesialpedagogisk arbeid med matematikkvansker, Kristiansand.

REIKERÅS, E. (2005b). Skriftspråkvansker i norsk og matematikk: to sider av samme sak? I: S. Skjong (Ed.), GLSM. *Grunnleggende lese, skrive og matematikkopplæring* (pp. 202–214). Oslo: Samlaget.

REIKERÅS, E. (2005c). *Utvikling av regneferdigheter hos elever på ulike ferdighetsnivå i lesing og matematikk.* Paper presented at the Den 3. nordiske forskerkonferansen om matematikkvansker, Rebild.

REIKERÅS, E. (submitted-a). A comparison of performance in solving arithmetical word problems by children with different levels of achievement in mathematics and reading.

REIKERÅS, E. (submitted-b). Mental arithmetical performance in a developmental perspective: a comparison of children with and without reading difficulties.

REIKERÅS, E. (submitted-c). Performance in solving arithmetical problems: a comparison of children with different levels of achievement in mathematics and reading.

SILVER, C. H., H. D. PENNET, J. L. BLACK, G. L. FAIR & R. R. BALISE (1999). Stability of arithmetic disability subtypes. *Journal of Learning Disabilities, 32* (2), 108–119.

VENHEIM, R., L. SKOOGH, B. NILSSON, H. JOHANSSON (1999). Regnereisen grunnbok 7A.. Oslo: Aschehoug.

Matematik og læsning

Er det sådan,

– at matematiklærere tager for givet, at når eleverne har lært at læse, kan de også læse en matematikbog?

– at elever, der har lært at læse, også umiddelbart ved, hvordan deres læsefærdighed kan udnyttes til at læse i en matematikbog?

– at elever, der har lært at læse, kan anvende deres læsefærdighed som funktionelt redskab for deres matematiklæring?

av MICHAEL WAHL ANDERSEN

Michael Wahl Andersen er Cand. pæd.psych. og arbeider som pædagogisk konsulent ved Videncenter for specialpædagogik (ViSpec), CVU, København & Nordsjælland
mwa@cvukbh.dk

Når eleverne – i Danmark – starter i 4. klasse ændrer indhold og form sig i matematikbøgerne. Mange matematiksystemer går fra at være systemer bestående af engangsbøger, til at blive bøger der læses i. Bøgerne skal kunne genbruges. Disse bøger betegnes derfor som flergangsbøger.

Dette skift i bøgernes udformning betyder blandt andet, at tekstmængden i bøgerne stiger dramatisk. Eleverne er nødt til at kunne læse indholdet i matematikbogen og derefter overføre denne viden til andre medier som fx at skrive i et arbejdshæfte, arbejde med konkrete materialer, udføre aktiviteter der er beskrevet i bogen, etc.

I Danmark synes begrundelsen for denne ændring af bogsystemernes udformning at være, at eleverne efter 2. klasse skal mestre faglig læsning. I fælles mål for dansk efter 2. klasse kan man blandt andet læse følgende:

«Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at

- læse ukendte, lette og alderssvarende tekster uden hjælp både fag- og skønlitteratur
- bruge forskellige elementære læsestrategier
- udtrykke deres egen forståelse af tekster
- læse med forståelse og genfortælle handlingen i en tekst»[1].

Det forventes med andre ord, at eleverne er i stand til at læse og forstå fagtekster, som det fx kommer til udtryk i den matematikbog, de får udleveret, når de starter i 4. klasse.

Argumentet er ikke eksplicit udtrykt nogen steder, men denne underforståede argumentation kunne vel også ligge til grund for overgangen fra engangsbøger til flergangsbøger i de andre nordiske lande?

Umiddelbart ser det dog ud til, at ikke alle elever mestrer overgangen fra engangsbøger til flergangsbøger som forventet. Ligeledes synes der hos lærere, at være en udtalt bekymring over den øgede tekstmængde, der er i flergangsbøgerne. Det hævdes, at teksten giver eleverne vanskeligheder i matematik.

Hvis eleverne har vanskeligheder med forståelsen af deres matematikbøger, kan det være fordi,

- de ikke er i stand til at anvende deres læsekompetence, som det forventes i fælles mål.
- de undervises ikke i, hvordan man skal læse i en matematikbog.
- de ikke har de nødvendige hverdagserfaringer, hvorfor det næsten er umuligt at forstå teksten, selvom hvert ord kan afkodes.
- de ikke kan få tekstens oplysninger til at hænge sammen med deres hverdagserfaringer.
- de ikke formår at danne, inferens, kohærens og kohæsion[2] i fagtekster.
- lærerne oplever tekstmængden i bøgerne som problemet, samtidig med, at de ikke er opmærksomme på, at eleverne ikke har lært at læse i en matematikbog.

Matematikbogen som genre

Når man skal lære at læse i en matematikbog, kan det være hensigtsmæssigt at kende til hvordan matematikbogen er bygget op, og mere generelt forstå matematikbogen som en genre.

Genrekendkab er både et udtryk for en række karakteristiske træk ved en tekst, og for et sæt forventninger hos den, der har øje for disse træk, skriver Jakobsen (2005)[3]. En elev der har genrekendskab, er altså en læser, som anvender sin genreforståelse til at bearbejde de prototypiske træk, der er i en given teksts struktur.

Genrekendskab kan guide en elev gennem en opgave i matematik, og støtter dermed eleven med at orientere sig i teksten. Denne viden, om hvordan en faglig tekst i matematik er bygget op, gør, at eleven bevidst kan benytte sig af de forskellige tekstelementer, når en opgave skal løses.

Det er vigtigt at eleverne forstår opbygningen af deres matematikbog. Santa og Engen (1996)[4]. peger på at bøgernes struktur – forklarende som fortællende – spiller en vigtig rolle for elevernes forståelse. Hvis eleverne er bevidste om, hvordan deres matematikbøger er strukturerede, er det lettere for dem at forstå, huske og anvende, det de har læst.

En tydelig og konsekvent opbygning, af de matematikbøger der anvendes i undervisningen, giver eleverne en bedre mulighed for at tilegne sig den systematik, der ligger til grund for opbygningen af bøgerne. Dette gør at bøgerne kan danne grundlaget for undervisning i genrekendskab og faglig læsning.

En tekst i en fagbog er mere end blot de skrevne ord. Det danske matematikbogssytem, der hedder Kontext[5], kan her tjene som et prototypisk eksempel på, hvordan en tekst i et afsnit i en matematikbog kan være bygget op. Afsnittet er fra Kontext for 4. klasse. I dette matematiksystem indeholder de enkelte afsnit i bøgerne op til fire tekstelementer. Disse elementer er beskrevet nedenfor.

1. En tegning der illustrerer afsnittets problemstilling. Den indledende tegning indeholder hints og kommentarer til afsnittet og vil ofte være en forudsætning for, at elverne kan løse de givne opgaver. I dette afsnit skal eleverne kunne aflæse af tegningen hvor mange børn, der er i gruppe A og hvor mange landgangsbrød, de skal dele.
2. Der er altid en indledende tekst der introducere problemstillingen i afsnittet. Dette afsnit sætter eleverne ind i hvad historien handler om, og hvad man særlig skal være opmærksom på i forbindelse med opgaverne. Her finder man mange af de oplysninger, der skal anvendes for at løse opgaverne.
3. Opgaver til afsnittet. Disse opgaver indeholder underspørgsmål, men de indeholder ikke umiddelbart støtte til løsningen af opgaverne. Denne støtte skal findes i de andre tekstelementer.
4. Der kan evt. være tekniske tegninger. Disse tegninger kan være med til at belyse spørgsmålene i de enkelte opgaver i afsnittet. Tegningerne understøtter ofte strategier til at løse opgaverne.

Eleverne skal være i stand til at bevæge sig ubesværet mellem de fire tekstelementer, for at kunne skabe mening i teksten. Inferens, kohærens og kohæsion er en forudsætning for at kunne løse opgaverne på siden.

Den specifikke genre, som en matematikbog er, er ikke nødvendigvis kendt for eleverne. Det kan derfor være nødvendigt, at undervise eleverne i den måde, man generelt opbygger matematikbøger på (genrekendskab), eksemplificeret ved det matematiksystem der arbejdes med i klassen.

I forbindelse med undervisningen i genrekendskab kan det være en fordel at kopiere de prototypiske afsnit, der skal arbejdes med, så eleverne kan tegne og skrive i teksterne.

Ifølge Jakobsen (2005)[6] kan undervisningen beskrives i følgende tre faser:

1. Eleverne skal sætte ord på, hvad det betyder for læseforståelse, at de kender formålet med den tekstgenre, de skal læse.

DE KAN FX

- sprogliggøre hvilke oplysninger, der forventes inde holdt i teksten.
- finde de forskellige tekstelementer i teksten, samt overveje hvor de vigtige oplysninger befinder sig.
- tale om, hvordan afsnittet er struktureret.

2. Eleverne skal lære de specifikke kendetegn ved genrens organisering, og de strukturelementer der findes i den.

DE KAN FX

- arbejde med et afsnit og sætte overskrifter på tekstelementerne
- illustrere organiseringen i de forskellige tekstelementer, der indgår i matematikbogen.
- sprogliggøre den funktion, de enkelte tekstelementer har i det givne afsnit.
- arbejde med at sætte manglende oplysninger ind i en tekst.
- arbejde med at forudsige, hvad teksten handler om.
- et matematisk problem og en løsning af dette skrives punktvis på små kort. Disse kort lægges hulter til bulter, og eleverne skal så lægge dem i rigtig rækkefølge.
- en matematisk tekst (f.eks. noget eleverne er blevet bedt om at læse hjemme) skrives ud på små kort og lægges hulter til bulter. Eleverne skal så lægge dem i rigtig rækkefølge

3. Eleverne arbejder selvstændigt eller i makkerpar med støtte fra læreren.

- eleverne arbejder her med at finde oplysninger i teksten ud fra genrens formål, og med at bestemme tekstens hoved ideer ved hjælp af den viden, de har om tekstens opbygning.
- eleverne skal selv producere et afsnit, der overholder de konventioner der konstituerer deres matematikbog.

Fra færdigheder mod forståelse

Den øgede tekstmængde man kan iagttage i diverse matematiksystemer i overgangen fra 3. til 4. klasse kan betragtes som et skift i fokus fra færdighedstunge til forståelsestunge materialer.

I matematikbøgerne fra 1. til 3. klasse sættes der først og fremmest fokus på faglige færdigheder. Der er næsten ingen tekst eleverne skal forholde sig til, og opgaverne er langt hen ad vejen kontekstuafhængige.

Der lægges op til at eleverne i stor udstrækning lærer færdigheder i matematik. Der kan være både gode og velovervejede grunde til denne undervisningsform, men man skal være opmærksom på, at ikke alle elever automatisk udvikler en forståelse af de matematiske færdigheder, der arbejdes med.

At kunne læse

Det er lettere at løse færdighedsopgaver end at skulle finde frem til de relevante og nødvendige oplysninger i en tekstopgave og omsætte disse oplysninger til matematisk symbolsprog. Det kan kun lade sig gøre, hvis man kan læse opgaveteksten og drage de nødvendige matematiske følgeslutninger. Læsningen er altså en forudsætning for at kunne opstille en hensigtsmæssig matematisk algoritme. Man taler om at kunne læse, når man kan afkode og forstå en tekst[7].

LÆSEAFKODNING

Afkodningen er den proces, hvor den alfabetiske kode knækkes, og eleverne bliver i stand til at genkende de forskellige ord samt omsætte det grafiske udtryk til sproglyd. Afkodningen handler om den tekniske side af læseprocessen. En flydende og fleksibel læsning forudsætter, at afkodningen er automatiseret, og at den tekniske side af læseprocessen ikke lægger beslag på læserens opmærksomhed.[8]

En mangelfuld afkodning kan gå ud over det samlede læseudbytte på mindst to måder:

- Der kan læses med så lav hastighed, at det er umuligt at fastholde meningshelheden
- Der kan være så mange meningsforstyrrende fejllæsninger, at læseren ikke får overblik over tekstens indhold

Elever, der på grund af manglende træning har problemer med afkodningen, har brug for at læse mange og lette tekster med mange lydrette ord. Disse elever har i særlig grad brug for træning i fonologisk og morfologisk opmærksomhed.

LÆSEFORSTÅELSE

Forståelse af det, der læses, handler om de processer, der er i gang ud over ordniveau, når eleven bearbejder sætninger og tolker indholdet i teksten. Forståelsen har således både at gøre med den sproglige bearbejdning og med selve tolkningen af teksten. For at kunne læse en tekst må man have hverdagserfaringer eller forforståelser, der gør det muligt at skabe mening i den tekst, der læses.

Læseforståelsen handler om, at man danner sig mentale repræsentationer af det, der beskrives i teksten. En mental repræsentation er den samlede gruppe af forestillinger, der er relateret til en situation eller et begreb. Sproget giver eleven mulighed for at beskæftige sig med genstande og begreber, der ikke perceptuelt er til stede, at man med andre ord er i stand til på et indre plan at kunne forestille sig situationer og begreber.

Hvis eleverne ikke forstår det de læser, kan det betyde, at de overvejelser de gør sig og de strategier anvender, er uhensigtsmæssige eller direkte forkerte. Følgende eksempel kan fungere som illustration af denne problemstilling.

En elev har regnet følgende opgaver:

Per har 7 æbler. Mie har 13 æbler.
Hvor mange æbler har de tilsammen?
Eleven svarer: **20 æbler.**

Per har 7 æbler. Så giver han 6 æbler til Mille.
Hvor mange æbler har Per nu?
Eleven svarer: **1 æble.**

Per har 7 æbler. Mie har 13 æbler.
Hvor mange æbler må Mille give til Per,
for at de har lige mange?
Eleven svarer: **20 æbler.**

Eleven får det rigtige resultat i to ud af tre opgaver, men svaret på den sidste opgave virker umiddelbart helt meningsløst. Eleven argumenterer på følgende måde:

«Hvis det største tal står først, så trækker jeg fra. Hvis det mindste tal står først, så lægger jeg sammen». Eleven anvender med andre ord ikke teksten i sine overvejelser over valget af strategi, men leder i teksten efter nogle markører, der kan fortælle ham, hvad han skal gøre. Eleven anvender tænkning, der ikke bygger på en forståelse af teksten, fordi han har vanskeligheder med læseforståelsen. Hvis der ikke tages højde for denne problemstilling, vil han få vanskeligheder med at løse tekstopgaver på trods af, at han mestrer de regnetekniske færdigheder, der indgår i opgaverne.

LÆSEKOMPETENCE

En god læsekompetence handler om, at man har tilegnet sig en automatiseret afkodning og en god forståelse af det læste. Læsekompetence kan forstås som

- den elementære læsekompetence, der betyder, at eleverne kan afkode og forstå tekster
- den funktionelle læsekompetence, der betyder, at eleverne kan læse, forstå og anvende de faglige tekster, som det fx kommer til udtryk, når de arbejder med tekstopgaver i matematik. Ligeledes forventes det at eleverne har tilegnet sig fleksible læsestrategier.

Den funktionelle læsekompetence bliver af særlig interesse, når det handler om at kunne læse en matematikbog. Der er altså tale om, at eleverne skal kunne beherske en avanceret måde at læse på. Når eleverne starter med 4. klasses matematikbog, må der med andre ord foreligge en forventning om, at eleverne har tilegnet sig en funktionel læsekompetence.

Eleverne skal læse matematik!

At skulle læse i en matematikbog er for eleverne en helt ny måde, at skulle forholde sig til matematikken på. Kvaliteten af elevernes læsning er et af de forhold, der har indflydelse på om leverne lykkes i matematik i 4. klasse.

At kunne læse matematik kræver at blandt andet, at eleven kan

- afkode teksten
- afkode de matematiske symboler der indgår i teksten
- sammenholde informationer af matematikholdig karakter, der indgår i teksten
- identificere problemstillingen
- vælge adækvate strategier
- foretage en beregning
- reflektere over resultatet

  Et andet forhold, der gør sig gældende i forbindelse med læsning generelt, er, at man skal kunne forstå den tekst, man læser.

  For at forstå en tekst må man

- have god sprogforståelse, herunder velfungerende ordgenkendelse, et godt ordforråd, en god syntaktisk forståelse og god semantisk forståelse
- have baggrundsviden og forhåndsforståelse
- kunne fortolke teksten
- kunne danne mentale scenarier
- kunne forstå teksters opbygning
- have en aktiv læseindstilling

En væsentlig årsag til at elever har vanskeligt ved at løse tekstopgaver i matematikbøgerne, kan være, at de ikke forstår indholdet i de tekster de læser, hvilket gør, at de får vanskeligt ved at vælge relevante løsningsstrategier.

I Norge har Stiftelsen dysleksiforskning introduceret «Montana-modellen» (Santa og Engen, 1996)[9]. Denne model har fokus på at lære eleverne læringsstrategier, og kan derfor være en støtte for de elever, der har vanskeligheder i matematik. Santa bygger metodikken op på 6 principper:

- Betydningen af at have baggrundsviden
- Eleverne er aktive i læreprocessen og reflekterer over processen
- Gode læsere organiserer information gennem det, de læser
- Eleverne har brug for at skrive om det, de læser
- Eleverne skal have mulighed for at tale om det, de læser
- Lærere der gennem forklaring og modellering viser, hvordan eleverne kan lære, er med til at skabe gode læsere

Hagtvet (1996)[10] mener, at det er vigtigt blandt andet at lægge vægt på følgende punkter i forbindelse med informationsbearbejdning og strategilæring:

- Eleven skal støttes i at udvælge væsentlig information
- Eleven skal have støtte til at organisere informationen på en hensigtsmæssig måde

Det er med andre ord vigtigt, at eleverne udvikler deres funktionelle læsekompetence, fordi det er en forudsætning for at kunne styrke deres kompetence til at løse sprogligt formulerede problemstillinger i matematik, som det blandt andet kommer til udtryk i hverdagsmatematikken.

Høines (1997)[11] formulerer det på følgende måde: «Ofte er det ikke matematikken, der er problemet, men mødet med sproget og kommunikationen».

At arbejde efter skema som støttende stillads

En mulighed for at støtte eleverne i deres tilegnelse af strategier og deres mulighed for at reflektere over disse strategier er at «arbejde efter skema».

Inspireret af Montague (Sterner og Lundberg, 2002)[12] og Santa og Engen (1996)[13] er der her opstillet en skematisk fremgangsmåde, der inddrager elevernes kognitive og metakognitive tænkning i arbejdet med at forbedre deres generelle strategianvendelse.

Skemaet har til formål at fungere som et støttende stillads for elever, der arbejder med problemløsningsopgaver i matematik givet i forskellige former for tekster. Det er hensigten at eleverne arbejder sammen i makkerpar. Elever, der samarbejder, opnår et positivt resultat ved at konfrontere hinanden med forskellige synspunkter og derudfra i fællesskab opbygge en mere kompleks forståelse af den problemstilling, der arbejdes med.

Arbejdsgang, Makker par	Kryds af
Læs opgaven højt (A læser)	
Genfortæl opgaven med egne ord (B genfortæller)	
Hvad handler opgaven om og hvordan skal den løses? Hvad er spørgsmålet Hvad ved vi Hvad ved vi også	
Find og vælg løsningsstrategi	
Giv et overslag	
Udregn resultatet	
Sammenhold resultatet med overslaget og spørgsmålet	

De enkelte punkter i skemaet understøtter forskellige aspekter ved arbejdet med at forstå og løse problemstillinger i matematikholdige tekster. Punkterne uddybes i det følgende.

Læs opgaven højt (læseafkodning)
At afklare om eleverne er i stand til på det rent tekniske plan at læse en tekst.
Hvis eleverne ikke er i stand til at afkode teksten, vil resten af aktiviteten blive helt meningsløs.

Genfortæl opgaven med egne ord. (læseforståelse)
At afklare om eleverne forstår, det de læser. Hvis eleverne ikke forstår, det de læser, vil resten af aktiviteten blive helt meningsløs. Det at kunne læse er en forudsætning for at arbejde med flergangsbøger i matematik. Her gør det sig ligeledes gældende, at hvis elverne ikke forstår, det de læser, så vil resten af aktiviteten bære præg af tilfældighed og i værste fald meningsløshed.

Hvad handler opgaven om og hvordan skal den løses? (elementær læsekompetence)
Her sættes der fokus på, om eleven er i stand til at identificere de data, der behøves for at løse problemet. Eleverne skal kunne afkode og forstå de matematiske symboler, der indgår i teksten

Find og vælg løsningsstrategi (funktionel læsekompetence og matematikkompetence)
Kan eleven uddrage de relevante data og vælge hensigtsmæssige strategier og anvende dem korrekt?

Giv et overslag (hverdagserfaringer og talforståelse)
En forudsætning, for at kunne forholde sig til rimeligheden af et resultat, er, at man har nogle omtrentlige forventninger til resultatet. Overslagsregning fordrer, at elverne gør sig nogle indledende overvejelser angående et givent resultat.

Udregn resultatet (matematikfaglige færdigheder)
Kan eleven anvende sin matematiske viden og kunnen hensigtsmæssigt og udregne resultatet korrekt.

Sammenhold resultatet med overslaget og spørgsmålet (refleksiv tænkning)
Her er hensigten ligeledes, at eleverne kan forholde sig til og reflektere over valg af strategier og resultater af beregninger, samt at skabe sig en indsigt i, at man, for at kunne arbejde med problemstillinger på en reflekteret måde, er nødt til at kunne læse matematik.

Når man anvender skemaet til at lære eleverne hvordan, man arbejder med problemløsningsopgaver i matematik, opnås en høj aktivitet i klassen, da alle elever får mulighed for at være aktive, samtidig med at det hjælper læreren til at strukturere arbejdet med faglig læsning i matematik.

Efterhånden som makkerparrene arbejder sig ned gennem skemaet krydser de af. Læreren kan cirkulere mellem makkerparrene og spørge ind til deres arbejde. Læreren kan på den måde danne sig et indtryk af de enkelte makkerpars arbejdsform og faglige forståelser, både hvad angår deres læse kompetencer og matematiske kompetencer.

Afrunding

Det danske Undervisningsministerium[14] refererer en undersøgelse fra OECD, der viser, at det kun til en vis grad er den matematikfaglige kompleksitet, der er bestemmende for sværhedsgraden af problemløsningsopgaver indlejret i tekster. Det har større betydning, på hvilken måde de tal- og beregningsmæssige oplysninger indgår i teksterne.
I denne artikel har jeg derfor søgt at argumentere for,

– at matematiklærere eventuelt i samarbejde med modersmålslærere arbejder målrettet og systematisk med genrekendskab og faglig læsning. Det giver eleverne mulighed for at kvalificere deres kompetencer i matematik, når der skiftes fra engangsbøger til flergangsbøger.

– at læseundervisningen for nogle elever afsluttes for tidligt. Nogle elever får ikke tilegnet sig de funktionelle læsekompetencer, der sætter dem i stand til at få et tilfredsstillende udbytte af det faglige indhold i deres matematikbøger.

– at elever, der ikke lykkes i overgangen fra de færdighedsprægede engangsbøger til de læse- og forståelsestunge flergangsbøger, har behov for støtte og vejledning i, hvordan man læser en matematikbog med forståelse.

– at læsning er en nødvendig del af en tidssvarende matematisk kompetence. ■

Noter

[1] http://www.faellesmaal.uvm.dk/fag/Dansk/trinmaal.html
[2] Inferens er tankegange, slutninger eller former for ræsonnementer, hvor erfaring og viden overføres fra én situation til en anden, vel at mærke på en måde, der har retning fra det kendte til det ukendte, i en form der kan sammenfattes med metaforen «spring». Det har altså noget at gøre med måden, man tænker på, måden man når til nye erkendelser på.
Kohærens beskriver om der er en overensstemmelse mellem forskellige begrebers betydning og indbyrdes sammenhæng.
Kohæsion i en tekst vil sige, at der er en særlig sammenhæng i et tekstforløb, fordi der er overensstemmelse mellem fx den måde elementer henviser til hinanden på.

[3] **JAKOBSEN, K.** (2005): *Læsningens Landskab*, Alinea, København
[4] **SANTA, C, L. ENGEN** (1996): *Lære å lære*, Projekt Criss, Stiftelsen dysleksiforskning, Stavanger
[5] **ANDERSEN, M.W., M.FL.** (2004): *Kontext for4. klasse*, Forlag Malling Beck, Albertslund
[6] **JAKOBSEN, K.** (2005): *Læsningens Landskab*, Alinea, København
[7] **ELBRO, C., P. NIELSEN** (1996): *Videregående læsning*, Dansklærerforenimngen
[8] http://www.uvm.dk
[9] **SANTA, C, L. ENGEN** (1996): *Lære å lære*, Projekt Criss, Stiftelsen dysleksiforskning, Stavanger
[10] **HAGTVET, B. E.** (1996): *Fra tale til skrift.* Om prediktion og utvikling av leseferdighet i fire- til åtteårsalderen. Oslo, akademisk forlag
[11] **HØINES, M. J.** (1997): *Begynneroplæringen.* Caspar forlag, Bergen
[12] **STERNER G., I. LUNDBERG** (2002): *Läs och skrivsvårigheter och lärende i matematik.* NCM-Rapport 2002:2. Göteborg universitet
[13] **SANTA, C, L. ENGEN** (1996): *Lære å lære*, Projekt Criss, Stiftelsen dysleksiforskning, Stavanger
[14] http://www.uvm.dk

Varför är textuppgifter så svåra?

– Om förhållandet mellan matematik och språk

av ARNE ENGSTRÖM

Arne Engström er Fil dr i pedagogik og universitetslektor ved Institutionen för betendevetenskap ved Linköpings universitet.
arne.engstrom@ibv.liu.se

För många elever bereder textuppgifter i matematik särskilda problem. Frågan väcks naturligt om förhållandet mellan språk och matematik. Många lärare är nog av den uppfattningen att elever som är svaga läsare har särskilt stora problem med textuppgifter. Jag möter ibland uppfattningen hos lärare att lässvårigheter *orsakar* matematiksvårigheter hos elever. Men frågan är om det verkligen är språket som i första hand är problemet för eleverna. Kanske är det i själva verket matematiken, dvs elevernas taluppfattning, som är nyckeln till förståelse av de svårigheter eleverna möter i textuppgifter.

Låt mig redovisa några resultat från tysk forskning (se Stern, 1998, 2005) som behandlar just förhållandet mellan språk och matematik. Se på nedanstående två uppgifter som båda kan lösas med samma matematiska struktur, nämligen: 5 – 3 = 2

1) Fem fåglar är hungriga. De hittar tre maskar. Hur många fåglar får ingen mask?

I den andra uppgiften ändras frågeställningen till:

2) Hur många fler fåglar än maskar finns det? Uppgift 1 löses av 90 procent av femåringarna i studien, medan bara 25 procent klarade den andra uppgiften. Vad är skillnaden mellan uppgifterna? Fundera lite grand innan du fortsätter att läsa.

Låt oss titta på ett annat exempel. Här kommer ånyo två uppgifter som kan lösas med samma matematiska struktur, nämligen: 7 – 4 = 3

3) Hans har sju spelkulor. Peter har fyra spelkulor. Hur många kulor måste Peter få för att han ska ha precis lika många kulor som Hans?

80 procent av femåringarna i studien klarade uppgiften. Ändras frågeställningen i stället till:

4) Hur många kulor färre har Peter än Hans? Så har nästan 50 % av tredjeklassarna svårt att lösa uppgiften.

Den uppmärksamme läsaren kanske tänker att naturligtvis handlar det om språket. Orden mer, mindre, få, färre, osv är ju svåra för många barn. Det är förvisso sant att dessa ord är svåra, men det är nu inte den förklaring som forskarna vill ge till de olika utfallen mellan uppgifterna. De har nämligen frågat barnen om just dessa ord, och de tycks faktiskt förstå vad de betyder. I stället ges en helt annan förklaring.

Uppräknandestrategier

De flesta barn kan räkna små mängder när de börjar skolan. Även förskolebarn kan vanligtvis detta och använder sig normalt av uppräkning (Jag använder mig här av termen uppräkning. Medan det i många språk görs en skillnad mellan räkna och räkna upp, *regne* och *tælle* (danska), *regne* och *telle* (norska), *Rechnen* och *Zählen* (tyska), så saknas denna distinktion på svenska. Barnet använder ofta på fingrarna när det räknar.)

Uppräkning/fingerräkning är som sagt en vanlig strategi bland förskolebarn. Med den kan de avgöra antalet i små mängder. I skolan är det dock meningen att undervisningen ska sträva efter att eleverna utvecklar andra, mer framgångsrika räknestrategier.

Uppräkning är det kanske vanligaste symtom som räknesvaga barn uppvisar i skolan. De gör ofta fel med en enhet:

8 + 5 = 12 (barnet räknar 8, 9, 10, 11, 12, samtidigt som de böjer upp fingrarna).

12 – 5 = 8 (barnet räknar baklänges samtidigt som fingrarna på ena handen böjs upp, 12, 11, 10, 9, 8).

När man frågar elever som använder fingerräkning direkt efter att de löst en uppgift så kan de oftast inte tala om vad uppgiften handlar om. De har «glömt bort» den. Deras uppmärksamhet har varit helt riktad mot fingrarna.

Barn som använder uppräkning kan tycka att 3 + 3 är en lätt uppgift. De har kanske lärt den utantill, men får de därefter uppgiften 6 – 3 börjar de att

Artikeln behandlar förhållandet mellan matematik och språk i undervisningen. Utifrån exempel från forskning diskuteras elevers svårigheter att lösa textuppgifter. Det kan konstateras att elevernas svårigheter främst ligger i matematiken och inte i språket. Enkla textuppgifter klarar även förskolebarn av att lösa. Anspråksfulla textuppgifter däremot ställer krav på en mer utvecklad talförståelse. Den neuropsykologiska forskningen betraktar räkning och läsning som två skilda fenomen. Avslutningsvis betonas vikten av att föra gemensamma samtal kring anspråksfulla textuppgifter med eleverna.

fingerräkna. Uppgiften 8 + 1 kan uppfattas som lätt av barnet, medan uppgiften 9 – 8 kan uppfattas som svår. Barn som använder uppräkning ser inget samband mellan addition och subtraktion. De saknar förståelse för del-helhet, dvs att tal kan delas upp i mindre delar. De har svårt att automatisera tabeller eftersom de måste memorera dem. Uppgiften 3 + _ = 7 får för barn som använder uppräknandestrategin ofta lösningen 3 + 10 = 7.

Vill man testa sina elever så är 4 + 13 en bra uppgift (det största talet sist). Uppräknandestrategin kommer här till korta. Det tar lång tid för eleverna att lösa den och ofta räknar de fel.

Lärare som undervisar i grundskolans senare år och gymnasieskolans yrkesinriktade program träffar ofta på elever som har fastnat i uppräknandestrategin. Fastnat är just det rätta ordet. Uppräkning/fingerräkning är ett stickspår som hindrar elevernas fortsatta räkneutveckling. Uppräkning är en naturlig del i förskolebarns räkneutveckling, men i skolan ska eleverna utveckla andra räknestrategier.

Relationstal

Åter till textuppgifterna som presenterades inledningsvis. Varför är den ena uppgiftstypen så mycket lättare än den andra? I det första fallet, i båda exemplen, så handlar det om en konkret mängd som kan räknas. Det är därför förskolebarn som huvudsakligen förlitar sig på uppräknandestrategin är så lyckosamma. I den andra frågan så finns ingen konkret mängd att räkna, utan i stället handlar det om en *tänkt relation* mellan två mängder. Vi skulle kunna kalla dessa tal för *relationstal.* Dessa senare uppgifter kräver en räknestrategi som går utöver uppräkning. Det ställer krav på en högre abstraktion. Det som i förstone ser ut som en fråga om språk, är i stället en fråga om talförståelse.

Studera följande två textuppgfter:
A. Tre barn firar födelsedag. Mamma har köpt tio kokosbollar. Varje barn äter två kokosbollar. Hur många blir över?
B. Claudia har sju kulor. Hon har två kulor fler än Thomas. Oliver har tre kulor fler än Thomas. Hur många har Oliver?

Nedan redovisas lösningsfrekvenser för uppgifterna för olika årskurser.

	ÅK 2	ÅK 3	ÅK 4
A	61 %	70 %	79 %
B	30 %	49 %	63 %

A-uppgiften handlar om konkreta mängder, det vill säga uppgiften kan lösas genom en uppräknandestrategi. B-situationer kan inte modelleras genom uppräkning; det finns ingen existerande mängd att räkna. Svaret är en relation mellan tal.

Vi kan konstatera att uppgifter där det sker ett utbyte eller förändring tillhör de enklare, t ex *Maria hade sex spelkulor. Hon gav fyra till Hans. Hur många kulor har hon nu?*

De svårare uppgifterna handlar om en jämförelse mellan mängder. Denna uppgiftstyp kräver en mer utvecklad talförståelse, som går utöver den som barn som använder uppräkning har. En annan typ av uppgifter som ligger mellan dessa två typer i svårighetsgrad handlar om kombination av mängder, t ex *Maria och Hans har tillsammans sex spelkulor. Maria har fyra kulor. Hur många kulor har Hans?*

Under de första åren möter eleverna sällan de mer anspråksfulla textuppgifterna där en jämförelse mellan mängder ska göras, utan mer ofta enkla uppgifter där det sker ett utbyte/förändring. Dessa enklare uppgifter kan lösas medelst uppräkning/fingerräkning. Därigenom befästs denna räknestrategi hos elever som använder den. När de så småningom möter de mer anspråksfulla uppgifterna kommer deras räknestrategi till korta.

Frågan är om det verkligen är språket som i första hand är problemet för eleverna.

LOGIK-studien

I den omfattande undersökning, LOGIK-studien[1], varifrån uppgifterna ovan är hämtade, följdes 200 elever under 14 år, från tre års ålder till dess att de fyllde 17 år. Studien visade att det är av stor vikt att eleverna tidigt får arbeta med anspråksfulla textuppgifter. Den uppföljning som gjordes av eleverna i slutet av skoltiden visade att inget av de barn som inte uppvisade prestationer över genomsnittet på textuppgifterna i årskurs två fick goda eller mycket goda resultat i elfte klass. Att kunna lösa anspråksfulla textuppgifter är med andra ord en *nödvändig*, men inte *tillräcklig* förutsättning för goda resultat senare i skolan. Intelligensen mätt i elfte klass hade lägre korrelation än matematikprestationerna i andra klass. En annan av studiens slutsatser var att lärandet är en kumulativ process. Det viktigaste när du ska lära dig något nytt är det du redan vet, dvs ditt förvetande (förkunskaper). Det är därför det är så viktigt att inte «vänta och se», utan att tidigt ta tag i elevernas eventuella svårigheter. De tidiga räknestrategier som barnen utvecklat i förskoleåldern har inledningsvis varit framgångsrika, men är nu ett hinder för den fortsatta räkneutvecklingen. Uppräknandestrategin kan ses som ett symtom på en outvecklad talförståelse hos eleven.

Lärare som undervisar i grundskolans senare år och gymnasieskolans yrkesinriktade program träffar ofta på elever som har fastnat i uppräknandestrategin/fingerräkningsstrategin.

Det finns anledning för lärare att vara observanta om eleverna använder sig av uppräkning/fingerräkning. Att nybörjare gör det är en sak, men när eleverna fortsätter med det i senare årskurser är det ett varningstecken. Det handlar naturligtvis inte om att förbjuda fingerräkning, utan undervisningen måste utformas så att eleverna får möjlighet att utveckla mer avancerad talförståelse genom att *upptäcka* talrelationer och att sedan *förstå* dem. Först därefter är det aktuellt att *automatisera* t ex additions-/subtraktionstabellen. (Notera att jag inte skiljer tabellerna åt.) Vill man att eleverna ska förstå att addition och subtraktion är varandras inverser så måste de få göra denna upptäckt i undervisningen genom olika typer av aktiviteter. Sedan ska de få arbeta med olika aktiviteter t ex genom uppdelning av tal i mindre enheter. Om vi istället undervisar addition och subtraktion skilt från varandra, hur ska vi då begära att eleverna ska inse att de är varandras inverser?

Vanligtvis börjar man i fel ände som lärare när eleverna ska lära sig tabellen. Man skickar hem multiplikationstabellen som läxa. Eleverna får «träna» fyrans tabell genom att läsa den upp och ner tills de «kan» den. När eleverna kommer tillbaka till skolan så får eleverna ett litet test på tabellen. En del elever har inga svårigheter med att memorera tabellerna, efter som de redan har utvecklat en god talförståelse. Men många andra har det. De svaga räknarna lär sig aldrig multiplikationstabellen på detta sätt. Snarare är det ett effektivt sätt att få dem att inse att matematik inte är något för dem, utan bara för de smarta.

En utvecklad talförståelse leder till att eleverna utvecklar olika räknestrategier. Vi vuxna har oftast en hel arsenal av strategier som vi kan tillämpa beroende på vilka tal som ingår. Vi löser till exempel uppgiften 93 – 88 på ett sätt men 93 – 5 på ett annat. (Medan vi i det senare fallet oftast «drar» fem från 93, så är det knappast ingen som «drar» 88 från 93 utan man vanligtvis «räknar upp».) Vi använder olika räknestrategier vid olika tillfällen beroende på vilka tal som ingår i uppgiften. När eleverna utvecklar en god talförståelse så kommer de också att utveckla en bred arsenal av olika räknestrategier.

Språk och matematik

Låt oss gå tillbaka till den grundläggande frågan om förhållandet mellan språk och matematik. Det finns säkert många åsikter och uppfattningar om detta bland lärare. Var och en kan kanske hitta argument för sin uppfattning från de egna klassrumserfarenheterna. Men den neuropsykologiska forskningen torde vara ense i denna fråga. Språk och förståelse av tal utvecklas *oberoende av varandra* (Gelman och Butterworth 2005). Föreställningen om att dyslexi «orsakar» matematiksvårigheter är således felaktig. Hypoteser om att det skulle finnas något gemensamt «bakom» lässvårigheter och räknesvårigheter saknar stöd i den neuropsykologiska forskningen. Läsning och räkning är två skilda fenomen. Elever som har svårigheter med att lära sig läsa har andra svårigheter än de som har problem med att lära sig räkna. Det är två skilda fenomen av inlärningssvårigheter. Sedan är det en annan sak att eleverna i vardagen kommer att möta situationer som kräver både en god talförståelse och en god läsförmåga.

Däremot finns ett annat intressant fenomen, komorbiditet, dvs en viss grad av samförekomst mellan grava räknesvårigheter (dyscalculia) och dyslexi (se t ex Lander, Bevan och Butterwort, 2004 samt Ansari och Karmiloff-Smith, 2002). Det förefaller som om elever med både stora lässvårigheter och räknesvårigheter är en särskilt utsatt grupp. Gruppen skiljer sig från dem som enbart har räknesvårigheter. Detta är något som bör uppmärksammas i större grad framöver. Faktum är att det även finns en samförekomst mellan flera neuropsykiatriska symtombeskrivningar, t ex ADHD, och räknesvårigheter. Att två fenomen förekommer samtidigt säger ingenting om eventuella orsaker. Det återstår ännu en hel del forskning för att vi ska förstå denna samförekomst, och ännu längre innan vi kan se de pedagogiska konsekvenserna av det.

Den neurologiska forskningen om räknesvårigheter (dyscalculia) bygger huvudsakligen på studier av den vuxna hjärnan. Det är ännu ovanligt med barn i dessa studier. Många gånger handlar det också om vuxna med förvärvade hjärnskador, t ex genom stroke eller yttre våld mot huvudet. Men för att förstå den neurologiska basen till hur tal *utvecklas* måste vi följa hur hjärnan utvecklas under barndomen (Ansari och Karmiloff-Smith, 2002). Ett sätt kan vara att studera den anormala utvecklingen hos barn med olika genetiska störningar, som Downs syndrom, Williams syndrom, etc.

Ett område där föreställningen om att språket «orsakar» matematiksvårigheter är särskilt utbredd gäller undervisning av döva elever (Nunes, 2004). Inom dövskolorna är det vanligt att man förfäktar uppfattningen att först måste barnen lära sig sitt modersmål (teckenspråket) ordentligt, innan det kan lära sig matematik. Därför har matematiken ofta satts på undantag under de första åren i dövskolorna, till stort förfång för de döva elevernas matematikutveckling. Den här uppfattningen är inte bara felaktig, utan bromsar de döva barnens matematikutveckling. Min artikel ger inte utrymme att utveckla detta mer, utan jag hänvisar till Nunes (2004).

Avslutning

Textuppgifter i matematik är ofta svåra för barn. Men det är inte främst en fråga om läsförmåga, utan olika textuppgifter ställer olika krav på barnens talförståelse. Förskolebarn är ofta duktiga på att räkna små mängder. En vanlig strategi är uppräkning. I den inledande undervisningen i skolan ska undervisningen syfta till att utveckla elevernas talförståelse och därigenom deras räknestrategier. Uppräknandestrategin är ett stickspår i elevens fortsatta räkneutveckling.

Det är därför viktigt att eleverna tidigt får möta mer anspråksfulla textuppgifter än vad de vanligtvis möter i läroboken. Gemensamma samtal kring innebörden i texten och redovisning av olika strategier för att lösa uppgiften är viktig.

Note

[1] The Munich Longitudinal Study on the Genesis of Individual Competencies (LOGIC) påbörjades under 1980-talet vid Max-Planck-Institutet för psykologisk forskning i München och har rapporterats i ett antal rapporter under åren.

Referenser

ANSARI, D. OCH A. KARMILOFF-SMITH (2002). Atypical trajectories of number development: a neuroconstructivist perspective. *TRENDS* i *Cognitive Science*, 6(12), 511–516.

GELMAN, R. & B. BUTTERWORTH (2005). Number and language: how are they related? *TRENDS* in *Cognitive Science*, 9(1), 6–10.

LANDERL, K., BEVAN, A. OCH B. BUTTERWORTH (2004). Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: a study of 8–9-year-old students. *Cognition*, 93, 99–125.

NUNES, T. (2004) *Teaching mathematics to deaf children.* London: Whurr.

STERN, E. (1998). *Die Entwicklung des matehmatischen Verständnisses im Kindesalter.* Lengerich: Pabst.

STERN, E. (2005). Kognitive Entwicklungspsychologie des mathematischen Denkens. I: M. von Aster och J. H. Lorenz (red): *Rechenstörungen bei Kindern. Neurowisenschaft, Psychologie, Pädagogik.* Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

av TONE DALVANG

Tone Dalvang er rådgiver ved Forum for matematikkmestring, Sørlandet kompetanse-senter. tone.dalvang@statped.no

NUMICON – et materiell for utvikling av begreper og strategier

Matematikkvansker er et svært sammensatt problem. Vi trenger ulike innfallsvinkler for å legge til rette for tilpasset opplæring og spesialundervisning. NUMICON er et engelsk materiell som synes å være velegnet i denne sammenhengen. Det vektlegger oppbyggingen av visuelle, mentale representasjoner av antall, siffer og matematiske operasjoner.

Numicons fire deler:

HJEMMESETTET
Gir barn i førskolealder en rekke lekeaktiviteter til den tidlige tallbehandling og regning i hjemmet.

SETT 1
Er beregnet til bruk i barnehager og de første skoleårene. Det gir mange praktiske ideer til læreren i arbeidet med å gi barn en forståelse for tall og sammenhengen mellom tallene. Læreprogrammet tar opp temaer som fargene og mønstrene i Numicon, tallverdier, tallenes rekkefølge og verdier, og praktisk tilnærming til addisjon og subtraksjon.

SETT 2
Bruker Numicon for å utvide elevenes forståelse av tall. Læreprogrammet tar opp de matematiske symbolene +, -, =, og gir støtte for regneoperasjoner med siffer opp til 100.

SETT 3
Bruker Numicon for ytterligere utvidelse av tallforståelsen. Læreprogrammet legger vekt på plassverdi, multiplikasjon, divisjon og brøk.

	Hjemmeset	Sett 2	Sett 2	Sett 3
Tallformer	32	145	145	145
Plugger	50	200	200	-
Grunnbrett	1	2	2	-
Mønsteroverlegg for grunnbrett	-	6	-	-
Følepose	1	1	1	1
Spinner	-	2	3	3
Mønsteroverlegg for spinner	-	2	*	*
Aktivitetskort	6	12	25	23
Lærerveiledning	-	1	1	1
Planleggingskart	-	*	1	*
«Press ut» ark med tallene 1–10	1	1	*	*
Postboks	-	-	3	3
Tallinje for vegg	-	1	1	1
Trekkspillbok (Tallinje)	1	-	-	-
Tallinje 10-ere	-	-	1	1
Kort med tallinje 1–100	-	-	1	3
Pakke med tallkort 1–100	-	-	1	3
Fortellerkort (pakke med 10)	-	-	1	-
Magnettape	-	1	1	1
Snørebånd	1	-	-	-
Brett med tallstaver 1–10 og 20cm	-	-	-	1

Kopieringsoriginal i lærerveiledning.

På bildet ses deler av materiellet, som i sin helhet er presentert i en tabell senere i artikkelen. *Øverst fra venstre:* Stabler med tallformer i rekke fra 1–10. En følepose. Grunnbrett med mønsteroverlegg. *I rekka under:* Spinnere (brukes i stedet for terning), en bunke med plugger.

Under disse ser vi skriftlig materiale: Lærerveiledning og aktivitetskort. *Og nederst:* Tallformer i rekke fra 1–10 og en tallinje med tallsymboler, tallord og tallformer.

Den matematikkdidaktiske ideen bak NUMICON

Barn trenger å lære matematisk språk og matematiske begreper slik at de kan forklare sin tenkning. De skal kunne bruke matematisk språk selv, men de skal også forstå det slik at de kan følge en instruksjon og svare på spørsmål. Deres tallforståelse og deres matematiske språk utvikler seg side om side, og en kan aldri være helt sikker på at barnet har forstått en idé før de selv er i stand til å forklare den. Aktivitetene i Numicon gir barnet mulighet for å høre og selv bruke matematiske begreper, samtidig som materiellet gir visuell støtte til deres matematiske forståelse. De arbeider sammen med en voksen, i par eller grupper, og på alle aktivitetskortene er det markert hvilke begreper som fokuseres. De uttrykker hvordan de tenker, hvilken strategi de har valgt, og de får hjelp til å rasjonalisere strategiene.

Små barn er aktive med å skape bilder, ideer, teknikker, assosiasjoner og erfaringer som kontinuerlig tilføres deres utvikling av mentale forestillinger rundt matematiske idéer. Numicons sterke visuelle strukturer med vekt på mønster, bruk av mange sanser og tydelig struktur i læreprogrammet, har vist seg å være nyttig for elever med særskilte behov. Dette gjelder for eksempel barn med Down syndrom, barn med sensoriske vansker og barn med matematikkvansker, der korttidshukommelsen kan være et kritisk punkt, og der visuell støtte kan være til stor hjelp.

Numicon tilbyr støtte til disse elevene gjennom at de visuelt og sensorisk får oppleve mønstre, rekkefølger, antall, telling og forholdet mellom tallene.

Hensikten med designet er å støtte tre av små barns hovedkanaler for læring:

- Lære gjennom å gjøre, gjennom manipulering
- Lære gjennom å se, gjennom observasjon
- Lære gjennom mønster, gjennom utforskning

Det er et materiell som skal bygge opp omkring en rekke ulike erfaringer. Materiellet skal ikke fungere alene, men være del av rike læringserfaringer.

En mammas beskrivelse

Vikki Horner (2002) beskriver den veldig positive innflytelsen arbeidet med Numicon hadde på tallforståelsen til hennes datter, Charlotte, som var født med Down syndrom. Charlotte var elleve år. Sett i forhold til hennes diagnose fungerte hun på mange måter godt på skolen. I lesing var hun på nivå i overkant av en niåring. Men i matematikk var historien en ganske annen. Her lå hun på nivå med en fireåring. Dette understreker det faktum at vansker i språk og matematikk ikke alltid er sammenfallende, og følgelig ikke bør behandles under ett.

Vikki er en engasjert mamma. Hun var stadig på leit etter noe som kunne hjelpe hennes datter i sin matematikkforståelse, og fant til slutt det hun trengte i Numicon-materiellet. Hun startet med det første settet og satte av 15 minutter daglig til hjemmearbeid med aktivitetene som var foreslått i settet. Hun var tålmodig og arbeidet med mange repetisjoner og en fast struktur. Etter hvert så hun resultatene og kaller det intet mindre enn magi.

Men hun så også at Charlotte ikke overførte sin nye kunnskap til skolematematikken, som ikke involverte Numicon. Skolens mer tradisjonelle matematikk ga ikke nok assosiasjoner til den kunnskapen Charlotte hadde lært seg under matematikkarbeidet hjemme. Hun trengte hjelp til å kunne se en sammenheng mellom hjemmematematikken og den matematikken hun arbeidet med på skolen. Skolen gikk med på å bruke Numicon-materiellet i en del av matematikkundervisningen i en periode, slik at Charlotte kunne oppleve dette materiellet i en ny kontekst, og slik at ideene derfra kunne implementeres i den matematikken hun hadde i den øvrige tiden på skolen. Skolen ble senere med på en større utprøving.

Utprøving av effekten av materiellet
Down Syndrome Educational Trust satte i gang en liten pilotstudie sammen med Numicon Limited og Wiltshire Educational Psychology Service for å evaluere Numicon-materiellet. Prosjektet involverte 11 barn med Down syndrom i alderen 10 til 12 år, og Charlotte var en av deltagerne. Hele lærerstaben ved skolen fikk opplæring i materiellet, og det ble bestemt at 15 til 20 minutter av de daglige matematikktimene skulle vies til opplæringsprogrammet i Numicon, og programmet skulle gå over fire måneder.

Alle barna som deltok ble evaluert i forhold til nivået på ordforråd og utvikling av grunnleggende tallbegrep i henhold til BAS II (British ability scales II: Ordforråd og tallforståelse). Forståelsen av tallbegrep ble evaluert på nytt etter prosjektets fire måneder, for å kunne kvantifisere eventuell faglig fremgang.

HOVEDKONKLUSJON
Prosjektet gikk over fire måneder, og resultatene var svært positive. (Horner, 2002) Ettersom de fleste barna i utgangspunktet lå på nivå som tilsvarte halvparten av deres kronologiske alder, var det forventet et resultat på ca. to måneders fremgang i løpet av prosjektets fire måneder, men mer vanlig ville vært 0–1 måneds fremgang. I gjennomsnitt gjorde barna en fremgang på fire måneder, med et utslag fra 1 måneds fremgang for en elev, opp til 11 måneders fremgang for en annen. Det varierte om elevene brukte materiellet daglig, og om de i tillegg brukte det hjemme. Det siste var tilfelle for den eleven som hadde 11 måneders fremgang.

Sørlandet kompetansesenter og Numicon
Forum for matematikkvansker besøkte Down Syndrome Educational Trust (DSET) våren 2002. DSET har tilhold i Sarah Duffen Centre og drives på frivillig basis som en stiftelse. Professor Sue Buckley ved Portsmouth University er leder for stiftelsen. Senteret har utarbeidet en rekke tilnærmingsmåter til læring for barn med Down syndrom. En av innfallsvinklene til å lære tallforståelse er å arbeide med materiellet Numicon.

I matematikk baserer senteret seg mye på samme tenkning som for språktrening ved at de utnytter den relativt sterke visuelle persepsjon barn med Down syndrom har. Gjennom farge, form og faste enheter for mengder mener de at barn med DS får gode visuelle bilder av tallstørrelser gjennom materiellet.

I Kristiansand var vi på denne tiden i ferd med å bygge opp et matematikkrom på Sørlandet kompetansesenter. Rommet skulle inneholde variert matematisk materiell til inspirasjon og støtte for tenkningen under arbeid med matematikk. Kanskje kunne vi innlemme Numicon-materiellet i samlingen?

Vi bestemte oss for å prøve ut materiellet for norske forhold, og det ble laget en avtale med Romey Tacon ved Numicon Ltd., og flere skoler, barnehager og koordinator for tyngdepunktet for sammensatte lærevansker i Lister og Mandal skulle delta i nettverksarbeid om Numicon sammen med Sørlandet kompetansesenter.

Nettverket har arbeidet med å oversette Numicon materiellets lærerveiledninger og aktivitetskort til norsk. Samtidig har materiellet blitt prøvd ut for et antall barn med Downs syndrom i ulike barnehager og skoler, og aktivitetene har måttet tillempes til norske forhold.

Førskolelærerne og lærerne i utprøvingen mente de fikk støtte til hvilke matematiske begreper og tenkning som var grunnlaget for aktivitetene. De fikk også støtte til å holde en struktur på læringsprosessen, som for denne elevgruppen kunne være både langsom og vanskelig. Og ikke minst har de gitt uttrykk for at elevene opplevde materiellet som engasjerende og positivt.

Noen eksempler på bruk av NUMICON

ADDISJON
Mål: Å relatere addisjon ved å kombinere to eller flere tallformer. Å bruke matematiske begreper i addisjon.

Aktivitet 27: Etasjer i et tårn
Trinn1: Læreren velger en tallform og fyller den med plugger.
Trinn 2: Læreren ber barnet finne to eller flere tallformer som plasseres på toppen av pluggene.
Trinn 3: Fortsett å bygge med plugger. Bruk forskjellige kombinasjoner av tallformer inntil et tårn er bygd. Forklar hva som har blitt gjort.

Utfordring:
Kan barnet finne alle de forskjellige kombinasjoner av to tallformer som et tall kan inneholde?

Thea har bygget tårn, Sørlandet kompetansesenter 2005

Sette tallformer i rekkefølge

Mål: Å forsterke rekkefølgen av tallformer
Aktivitet 10: Ombytting

Trinn 1: Læreren legger tallformene 1–10 i rekkefølge.
Trinn 2: Læreren ber barna om å lukke øynene, for så å bytte om to tallformer.
Trinn 3: Barna flytter begge tallformene tilbake til rette plasser. Utfordring: Kan barna beskrive hvilke tallformer som må flyttes, og eksakt hvor de skal plasseres? Prøv med tallformer i omvendt rekkefølge.

Se sammenhenger:
Fortsett å variere rekkefølge og sekvenser,

for eksempel:
- Puslespill som trener rekkefølge
- Bygge tårn
- Bilder der noe karakteristisk (for eksempel et ansiktstrekk) mangler. Finne feil på bilder/helheter
- Historier som inneholder tidssekvenser
- Ordne forskjellige objekter, for eksempel skjeer i forskjellige størrelser, tallerkener, kopper, sko etc.
- Finn den som ikke hører til (kort, kon kreter m.v.)
- Legg merke til forskjellige kort
- Finn bildet som mangler i rekkefølgen

Begrep: Forsterk begreper om størrelser og plassering.

Ida legger tallformene i rekke, Sørlandet kompetansesenter 2005

Bruksmuligheter med NUMICON

Barn er ulike, de har ulike erfaringer, ulike evner og ulike måter å lære på. Numicon er laget slik at barn skal lære gjennom å se og føle, høre, snakke og utføre en aktivitet. Skolen gjør i stor grad bruk av auditive uttrykksformer, noe mange barn dessverre ikke mestrer så bra. Vi ser for oss en rekke målgrupper for aktivitetene med Numicon.

Som nevnt tidligere vil materiellet kunne gi en svært god visuell støtte til innlæringen for elever som har en sterk visuell kanal for læring, noe som for eksempel gjelder barn med Downs syndrom.

Numicon-tilnærmingene er multisensoriske og vil derfor også være til hjelp for de barna som har sensoriske vansker.

Numicon gir støtte til utvikling av indre, mentale bilder, språket er strukturert og programmet har mange repetisjoner. Til hver aktivitet settes spesielle begrep i fokus. Slik kan materiellet også være til hjelp for elever med fremmedspråk og elever som har en forsinket språklig utvikling.
Det er viktig for oss å understreke at Numicon på linje med alt annet strukturert matematisk materiell ikke bør fungere alene. Barn bør få et vidt spekter av erfaringer som matematiske forhold i dagliglivet, i eventyr, rim og regler, i lek og spill og i både muntlige og skriftlige aktiviteter. Numicon kan være en multisensorisk støtte som kan knyttes til mange av disse aktivitetene.

Som en forlengelse av denne multisensoriske støtten har Cuisenairestaver vist seg å være nyttig. Numicon-programmet foreslår å innlemme Cuisenairestavene i en del av aktivitetene fra sett 1 og 2, men stavene er ikke lagt ved settet, og det blir bare kort indikert hvor i programmet Cuisenairestavene kan være til særlig hjelp. Her oppfordres det til å eksperimentere på egen hånd.

Dersom du har spørsmål rundt materiellet, kan du ta kontakt med Songvaar Industrier i Søgne, som importerer og distribuerer materiellet. songvaar@online.no. Andre nyttig referanser kan være Info@numicon.com eller www.numicon.com.

Referanser:

HORNER, V. (2002). Numicon, Numeracy and Special Need. *Mathematics Teaching*,179/June 2002.

BROSJYRE (2004). Numicon Ltd. Pine Close, Avis Way, Newhaven, East Sussex, BN9, ODH, United Kingdom.

Matematikk med fokus på det den enkelte trenger å lære akkurat nå

– Nye veier i undervisningen på Nylund skole

av SIGVE TJOMSLAND

Sigve Tjomsland er spesialpedagog ved Nylund skole i Stavanger.

av JANNE FAUSKANGER

Janne Fauskanger er universitetslektor ved Institutt for allmennlærerutdanning og spesialpedagogikk, Universitetet i Stavanger. janne.fauskanger@uis.no

Vi har hentet vår variant fra den australske delstaten Victoria. Programmet består av fire deler. Første delen er metodikken vi bruker i klasserommet. Deretter kompetanseheving for lærerne, oppfølging av elever med spesielle behov og til sist foreldremedvirkning. Vi vil i det følgende presentere programmet og resultatene Nylund skole har oppnådd gjennom å bruke programmet.

Skolekretsen til Nylund skole dekker østre del av Stavanger sentrum og har en meget sammensatt elevgruppe. I februar 2001 reiste skolens ledelse til New Zealand og Australia på studietur. Der ble de kjent med Early Years Litteracy Program[2] (EYLP). De mente at programmet kunne løse mange av våre vansker med å nå enkeltelevene, og tok derfor ideene med hjem. Høsten 2001 startet vi med en versjon av EYLP i norskundervisningen i 1. og 2. klasse[3]. Programmet har siden fulgt disse klassene, slik at alle klassene fra 1. til og med 5. klasse nå er «EYLP-klasser». Oppmuntret av gode resultater innen lesing og skriving, startet vi vinteren 2004/2005 med et fornorsket EYNP i matematikk i de samme klassene.

Skolen har i samarbeid med Universitetet i Stavanger (UiS) oversatt EYNP til norsk. Mange av forutsetningene er annerledes i Norge, så det har vært en del tilpasninger å gjøre. Dette arbeidet er ennå ikke ferdig, men vi har funnet en modell som ivaretar de aller fleste av programmets hovedtrekk.

Early Years programmet

Early Years ble først utviklet for engelskundervisning, men siden også tilknyttet matematikk. EYNP er omfattende og involverer både et program for undervisning og et omfattende forskningsprosjekt, Early Numeracy Research Project[4]. Et av forskningsprosjektene i denne sammenheng har vært et casestudie av lærere[5].

CASESTUDIE AV AUSTRALSKE LÆRERE

Lærerne ble valgt til å være med i studiet blant annet ut fra positiv utvikling i elevresultater blant lærerens elever, og målet var å prøve å identifisere hva som kjennetegner effektiv undervisning. Studiet fokuserte på klasseromsobservasjon, spørreskjemaer til og intervjuer av lærerne, m.m. I denne sammenheng skal vi ikke presentere denne forskningen, men vi vil fremheve viktige funn i casestudiet, fordi disse funnene danner utgangspunktet for hva som må være i fokus når EYNP skal oversettes og implementeres på norske skoler.

I det australske casestudiet ble funnene tilknyttet effektiv undervisning i matematikk kategorisert i ti kategorier:

1. Viktige matematiske ideer er i fokus i undervisningen og *matematikken i fokus* klargjøres for elevene.
2. *Oppgaver* lages med sikte på å gi elevene mulighet til å:

   a. ta i bruk ulike løsningsstrategier
   b. få ulike løsninger og
   c. fremvise ulike produkter som resultat av arbeidet med oppgavene

3. Bruk av *variert pedagogisk materiale, ulike representasjonsformer og varierte kontekster* tilknyttet et og samme matematiske begrep fremheves.
4. For å hjelpe elevene med *bearbeiding av fagstoffet* og *til å se sammenhenger*, tar læreren utgangspunkt i læringssituasjoner som oppstår spontant, samtidig som hun hjelper elevene til å se sammenhenger med egne erfaringer og tidligere undervisning.
5. *Organisering av undervisningen.* I denne sammenheng må læreren forsøke å fokusere alle elevenes matematiske tenkning gjennom en felles introduksjon, før hun videre vektlegger varierte arbeidsformer (både individuelle og grupperelaterte) og et variert repertoar av lærerroller.
6. *Tilknyttet læringsfellesskap og klasseromsinteraksjon* fremheves bruk av mange ulike typer spørsmål for å utfordre elevenes tenkning og resonnering. Det er viktig at elevene får muligheten til å reflektere og tenke og at en som lærer ikke gir elevene svar på matematiske spørsmål for raskt. Elevene må oppfordres til å

Nylund skole er i ferd med å utvikle et nytt undervisningsprogram i matematikk. Programmet bygger på det australske Early Years Numeracy Program[1] (EYNP), som her presenteres i en fornorsket versjon. Programmet har individuelt tilpasset opplæring i matematikk som siktemål og finnes i ulike varianter.

forklare sin egen matematiske tenkning og sine egne matematiske ideer. Det må videre legges til rette for at elever kan hjelpe hverandre slik at de oppfordres til å diskutere medelevenes matematiske tenkning og matematiske ideer, deres metoder og forståelse. Det er viktig at læreren lytter til den enkelte elev og bygger undervisningen på elevers matematiske ideer og strategier.
7. Det er viktig å ha høye, men realistiske *forventninger* til alle elevene. I denne sammenheng fremheves det at en også må ha forventninger tilknyttet for eksempel utholdenhet og konsentrasjon i tillegg til det faglige.
8. *Refleksjon* fremheves i to sammenhenger, i undervisningen og etter en undervisningsøkt. Det er viktig at en lærer fremhever viktige matematiske begreper og ideer og reflekterer omkring begrepene og ideene sammen med elevene. Etter en undervisningsøkt fremheves nødvendigheten av at en lærer reflekterer over elevenes respons på undervisningen og deres læring.
9. *Vurderingsmetodene* må være varierte og læreren må planlegge den enkelte elevs videre undervisning ut fra vurderingsresultatene. Observasjon og samtaler med enkelteleven fremheves i denne sammenheng.
10. Tilknyttet *lærerens personlige egenskaper*, fremheves en lærer som tror at læring av matematikk skal være gøy, som er trygg og kan det fagstoffet som er aktuelt på trinnet det gjelder, og som viser stolthet og glede over den enkelte elevs faglige fremgang.

Videre i artikkelen skal vi konsentrere oss om EYNP, hvor de ti nevnte kategoriene danner noe av grunnlaget. Programmet er designet for å støtte skoler i planleggingen og gjennomføringen av den grunnleggende matematikkundervisningen, og kan som sagt oppsummeres i fire punkter:

- Stasjonsundervisning
- Spesialpedagogikk
- Læreropplæring
- Foreldreinvolvering

Disse fire elementene tillegges i Australia hver sin fjerdedel av æren for de gode resultatene. En har innenfor programmet utviklet idémateriale til både lærere, elever og foreldre[6]. Programmet er ennå under utvikling på Nylund. Vi er kommet lengst med tanke på klasseromsmetodikken, eller stasjonsundervisningen, kompetanseheving for lærerne og spesialpedagogikken. Vi har ennå ikke rukket å systematisere foreldremedvirkningen.

Stasjonsundervisning

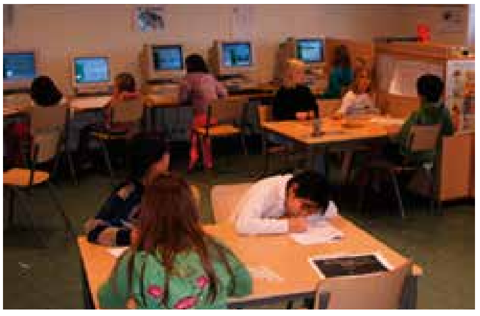
I Australia settes en klokketime daglig av til *Numeracy*. Danskene oversetter *numeracy* til numeralitet (Lidenskov og Wedege, 2000 og Johansen, 2004). Numeralitet blir også brukt på norsk av Lundetræ (2005:30ff). Hun bruker i sin masteroppgave følgende definisjon av numeralitet: «[…] er altså kunnskapen og ferdighetene som trengs for å kunne mestre matematiske utfordringer i ulike situasjoner på en effektiv måte.» (ibid:15). Vi skal ikke diskutere numeralitet ytterligere, men vil understreke at tidsbruken er en stor utfordring for den norske skolen. Vi ønsker å ha like flinke elever som i Australia, men selv den nye læreplanen gir våre elever betydelig mindre tid til matematikkundervisning enn det som er vanlig i Australia og andre land vi ønsker å sammenlikne oss med.

Det tradisjonelle klasserommet på Nylund er omformet til et klasserom som er bedre egnet til stasjonsundervisning. Det er 4–5 datamaskiner i hvert rom, pultene er byttet ut med arbeidsbord og veggtavla er byttet ut med en lavere flyttbar tavle som passer bedre til elevenes alder. Elevene sitter på gulvet foran denne tavla når de arbeider sammen med læreren. Oftest i små grupper.

Stasjonene vi bruker går over en dobbeltime (1,5 klokketime). Det betyr at hver stasjon i utgangspunktet varer 12 minutt. Vi kan variere dette etter behov og alder. Klassen starter med en felles samling hvor dagens tema og arbeid diskuteres i 5–10 minutt. Etter at stasjonene er ferdige, skal det også være en felles oppsummerende refleksjonssamtale med fokus på hva elevene har lært. Stasjonene er ikke fastlåste i et rigid system. Tvert imot er systemet fleksibelt, og det er lett å variere etter hva man til en hver tid ønsker å oppnå. Vi har foreløpig satt opp seks basisstasjoner for å sikre at vi over tid dekker alle emnene i matematikkplanen på en balansert og god måte. Dette er også et viktig poeng. Tidligere tok tall og tallregning størstedelen av tiden i matematikkundervisningen. Nå blir emner som geometri, måling og problemløsing levende emner på en helt annen måte. Undervisningen blir mer variert. De seks stasjonene vi nå har er følgende:

- Lærerstasjon
- Oppgavestasjon
- Datastasjon
- Geometri- og målingsstasjon
- Problemløsingsstasjon
- Repetisjonsstasjon

Vi vil her presentere noen av stasjonene:



Figur 1: Stasjonsundervisning.

LÆRERSTASJON

Lærerstasjonen er hjertet og hjernen i undervisningen. Læreren oppholder seg kun på denne stasjonen, og bruker tid og oppmerksomhet på gruppen hun har foran seg. De andre stasjonene er selvdrevne med oppgaver som elevene mestrer på egen hånd. Får elevene vansker med å løse oppgavene, gjennomføre aktivitetene, e.l., får de hjelp av de andre elevene på gruppa. De aller fleste elevene klarer dette bra. Faktisk fungerer stasjonene ofte bedre også for de hyperaktive. Dette skyldes kanskje at stasjonssirkelen er trygg og forutsigbar, at oppgavene er individuelt tilpasset og at elevene får reise seg og flytte på seg med jevne mellomrom?

Gruppene er vanligvis ikke faste grupper som fungerer over lang tid, de settes sammen av elever som trenger å lære det samme akkurat nå. Læreren kan da tilpasse undervisningen til gruppa slik at ingen tid kastes bort på for lett eller for vanskelig undervisning. Gruppesammensetningen vil variere både etter den enkelte elevs læringsutvikling, fag og tema. Uansett gir grupper på 3–5 elever som trenger å lære akkurat det samme, en helt unik mulighet til å tilpasse undervisningen ned i minste detalj.

Tiden på lærerstasjonen brukes mest til arbeid med konkrete og praktiske eksempler, samtale om hva dette innebærer matematisk og hvordan dette kan skrives på matematikkspråket. Modellering og veiledning er det også rom for. Læreren kan la gruppen få så mye tid og så mange repetisjoner som elevene trenger, for det er ikke lenger noe press om at alle må bytte tema samtidig. Dermed lærer elevene det de holder på med skikkelig. Det er ikke uvanlig at noen av elevene kan arbeide med addisjon og subtraksjon i tallområdet 0–20 mens andre i klassen arbeider med multiplikasjon samtidig. Stasjonsundervisningen gir rom for dette, og det fører til at elevene opplever balansert mestring og utfordring.

Vi opplever at elevene har et bedre fundament for videre læring enn de hadde før. Som nevnt vil den gode matematikklærer alltid knytte nytt stoff sammen med det elevene kan fra før. Vi ser at elevene oppover i klassene lærer raskere nå når det er en solid og god forståelse vi kan knytte det nye fagstoffet sammen med.

Det er viktig å bemerke at det ikke bare er tall og regning som behandles på lærerstasjonen. Mesteparten av det elevene skal lære behandles her.

OPPGAVESTASJON

Oppgavene på oppgavestasjonen knyttes direkte til det elevene arbeider med på lærerstasjonen. Under den tidlige innlæringen av nye emner, kommer oppgavestasjonen rett etter lærerstasjonen. Elevene husker da det de arbeidet med sammen med læreren. Dermed er de i stand til å løse oppgavene på egen hånd. Igjen vil vi understreke at det kan dreie seg om alle typer oppgaver, alt etter hva som behandles på lærerstasjonen. Oppgavene kan være alt fra åpne problemer til mer drillpregede oppgaver.

Etter hvert som elevene blir tryggere i emnet, har vi god erfaring med å flytte oppgavestasjonen til siste stasjon før elevene kommer til lærerstasjonen. Elevene tar da med seg arbeidet de nettopp har utført og forklarer læreren hva de har gjort og hvordan de har tenkt. På den måten blir læreren kjent med den enkelte elevs løsningsstrategier og eventuelle misoppfatninger kan ryddes av veien. Elevene får reflektere og sette ord på det de har arbeidet med og forståelsen styrkes ytterligere. Matematikk blir mer tenking og refleksjon.

PROBLEMLØSINGSSTASJON[7]

Problemløsing og matematikk i dagliglivet var på vår skole tidligere styrt av lærebokas tekststykker. Disse brukes noe, men det finnes etter hvert et rikholdig utvalg oppgaver av ulike slag å få kjøpt[8]. Tilknyttet problemer gitt ved tekst, fokuserer vi på å la de yngste få mye trening i å hente ut informasjon av en tekst. Hvis teksten lyder: «Per har to kroner. Kari har tre kroner», må de yngste først få oppgaver av typen:
- Hvor mange kroner har Per?
- Hvor mange kroner har Kari?
Å hente ut slik informasjon er utfordrende for mange. Skal elevene bli gode problemløsere er det å hente ut relevant informasjon viktig.

Videre finner vi rikelig anledning til å gå ut av de tradisjonelle tekstoppgavene ved heller å spørre slik: «Per og Kari kjøper brus og is. Hva må de betale?» Elevene får da bruke forhåndskunnskapen sin. Dette knytter skolematematikken sammen med elevens dagligliv. I tillegg ser vi at elevene tilpasser oppgaven til eget nivå. Noen vil kanskje kjøpe en is som koster 10 kroner og en brus som koster 15 kroner, mens andre vil si at Per og Kari kjøper is og brus til hele familien og at alle vil ha ulike typer is og brus. I slike åpne oppgaver tilpasser elevene oppgavene til eget nivå langt bedre.

Vi erfarer at å lage egne regnefortellinger har god effekt for elevenes forståelse, og danner et godt grunnlag for arbeid med problemløsing. Vi gir ofte elevene et ferdig regnestykke som de selv skal lage fortellinger til. Vanskegrad kan varieres fra elevgruppe til elevgruppe. I tillegg kan vi legge inn regler som at det ikke er lov å lage fortellinger med for eksempel penger, eller mer positivt, at fortellingene skal handle om vikingene, om dyr eller lignende. På denne måten kan regnefortellingene knyttes til emner elevene arbeider med i andre fag.

Et annet viktig aspekt ved problemløsingsstasjonen er at vi kan bruke problemene bevisst for å fremme elevaktivitet. I forkant av at elevene skal lære et nytt emne, har vi anledning til å gi elevene et problem knyttet til det nye de skal lære. Dette er noe vi vil videreutvikle, ikke minst siden det etter hvert finnes mye litteratur om problemløsende tilnærming til matematikk og læringseffekten en slik tilnærming har. Van De Walle (2004) er en som fremhever problemløsing som undervisningsstrategi. Han sier: «Most, if not all, important mathematics concepts and procedures can best be taught through problem solving.» (Van De Walle, ibid:36).

Problemløsing kan ta lenger tid enn 12 minutt som er standard varighet på en stasjon. Om det skulle være nødvendig, bruker vi da opp i mot 30 minutt pr stasjon.

REPETISJONSSTASJON

Elever på småskoletrinnet bruker mange ulike strategier når de løser problemer. Skolen må hjelpe elevene til å utvikle effektive strategier. I denne sammenheng er automatisering av kunnskaper og ferdigheter, og dermed repetisjon viktig. Elever som har automatisert enkle utregninger, kan konsentrere seg bedre om de mer kompliserte regneprosesser som ulike matematiske problemer måtte bestå av (Holm, 2002). Det finnes ingen motsetning mellom å lære tabellene utenat, og å forstå dem (Rockström, 2000). Automatisering kan ses på som det siste steget når en skal lære tabellene. Først må eleven ha en klar oppfatning av de aktuelle tallene[9] og en forståelse for hva regningsarten handler om. Det neste steget blir å kunne regne seg frem til svaret med konkreter. Deretter må eleven kunne regne uten konkreter, eksempelvis ved å strukturere addisjonen 8 + 5 som 8 + 2 + 3 eller 5 + 5 + 3. Når en elev har forstått denne tankegangen og trenet på den, er hun moden for det siste steget som er å automatisere. Elever som kjenner igjen oppgaver og «bare vet» svaret, benytter det Ostad (1999) kaller «retrieval-strategi». Vi ønsker at elevene oppover i klassetrinna i størst mulig grad frigjør seg fra det Ostad kaller «backup-strategier», det vil si ulike former for telling[10].

Spesialpedagogikk

EYNP fungerer som sagt som et redskap for å gi elevene tilpasset undervisning. Stasjonsundervisningen gjør det enklere å gi alle elever individuell tilpasset undervisning og dermed identifisere eventuelle matematikkvansker. Skolen har utviklet målark for de viktigste emnene i faget. Målene fra gjeldende planer er brutt ned i delmål slik at det blir lett for læreren å systematisere og følge hver elevs utvikling. Målarkene fungerer som redskap til å holde oversikt over hva elevene kan og hva den enkelte har behov for å lære akkurat nå.

På de laveste klassetrinna holder læreren orden på målarkene. Etter hvert som elevene blir eldre, får de større og større ansvar for å holde oversikt over hva de selv kan og hva de trenger å lære. Vi ønsker også at elevene skal bli mer og mer bevisste på hvordan de selv lærer mest effektivt.

Gjennom arbeidet med kompetanseheving for lærerne, trenes de til å gjenkjenne elevenes kunnskaper og vurdere utviklingen i den enkeltes læring ved hjelp av målarkene. Lærerne vurderer da selv den enkelte elevs utvikling fortløpende. Vi har merket en klar dreining av lærernes fokus i denne sammenhengen. Tidligere ble skolens spesialpedagogiske team sjelden eller aldri forespurt angående matematikkvansker i småskolen. Nå konsulterer lærerne teamet mye oftere, og de ber om testing av elever helt ned til tidlig i 2. klasse.

Skolen har tradisjonelle prøver til rådighet, men vi bruker gjerne en dynamisk samtalebasert testform også. Det hjelper oss til ikke bare å se hva elevene mestrer skriftlig. Vi får innblikk i hvordan de tenker og forholder seg til matematikken. Dette er viktig for å kunne veilede elevene videre. Ofte ser vi at elevene bare trenger mer tid til å lære grunnleggende ferdigheter, og vi kan nå lettere tilpasse dette til elevenes sterke og svake sider. Vi ser også at relativt mange av de svake har språklige og begrepsmessige problemer. En annen betydelig gruppe er de som av ulike grunner har problemer med konservering av mengder og utvikling av gode regnestrategier. Begge gruppene utvikler ofte en mangelfull forståelse for titallsystemet, noe som ytterligere gir vansker for deres tallregning. EYNP gjør at vi nå i langt større grad kan forebygge slike problemer på et tidlig stadium.

Selve spesialundervisningen har også endret karakter. Tidligere ønsket lærerne at elevene skulle tas ut i støttegrupper. Nå spør lærerne heller hva de selv kan gjøre for å hjelpe de svake elevene. Mesteparten av spesialundervisningen glir dermed naturlig inn i klassens vanlige stasjonsundervisning. I tillegg brukes ressursen skolen disponerer for å hjelpe elever med fremmedspråklig bakgrunn til begrepstrening der det er nødvendig. Vi har hatt gode resultater med at den ekstra opplæringen i norsk bruker tid på de matematiske begrepene som også er del av det norske språket. Det kan i enkelte tilfeller være nødvendig å ta elever ut av gruppen for ekstra støtte. Vi ønsker da så korte, konsentrerte og spesifikke kurs som mulig. Elevens vanlige undervisning er tilpasset i klasserommet. Ekstra støtte fokuserer på konkrete grunnleggende ferdigheter som trengs for å komme videre, og varer ikke lenger enn til dette problemet er overvunnet.

For å finne ut om undervisningen fungerer for den enkelte elev, bruker vi altså to hovedredskaper: målark og tester (inkludert dynamiske tester). I tillegg til de nasjonale testene tar skolen hver vår kartleggingsprøver i matematikk fra Pedagogisk Psykologisk Tjeneste (PPT), M2-M7[11], laget av Tornes og Rusten. Testene gir oss mulighet til å følge elevenes resultater over tid og til å evaluere resultatene vi oppnår på skolebasis med EYNP. Resultatene så langt er meget gode (se under resultater).

Læreropplæring

Det er i EYNP av avgjørende betydning at lærere får veiledning, hjelp og støtte. Lærerne på de ulike klassetrinn får minst en veiledningskveld i semesteret. I tillegg har en lærer[12] avsatt ca. 1,5 dag pr uke til å utvikle materiell, teste elever og veilede lærere.

Like viktig er samarbeidet med universitetet i Stavanger. Janne Fauskanger har holdt flere kurs for lærerne, og hun observerer og veileder i enkelte klasser. Dette samarbeidet oppleves fruktbart[13].

Foreldreinvolvering

I Australia er det på statlig nivå utviklet egne nettsider og litteratur med tips til foreldrenes medvirkning. Vi håper etter hvert å få noe av dette materiellet tilgjengelig på norsk. Fokus på Nylund, som i Australia, er at elevene skal lære mest mulig matematikk. I denne sammenheng er det viktig å utvikle en kultur som oppmuntrer foreldre til å identifisere seg selv som viktige partnere i egne barns læring av matematikk. Vi har ikke kommet langt i samarbeidet med foreldrene. Per i dag er det kun øving på klokka og gangetabelltrening i 3. – 4. klasse som er satt i system.

Resultater

Ut fra testene vi gjennomfører, ser resultatene meget lovende ut. Vi har så langt bare sett resultater fra M2-prøven på ett klassetrinn som har hatt EYNP fra 1. klasse. Det er 60 elever fordelt på tre grupper på trinnet. Gruppegjennomsnitt for elevenes staninescore[14] var 6,5–6,8–7,4 for de tre gruppene. Her er alle elevene, bortsett fra to som var borte da prøven ble tatt, regnet med.

Bak resultatene ser vi at 3,5 % av elevene har staninescore 1 og 2. Tilsvarende har 45 % staninescore 8 og 9. Prøvens standardisering tilsier at totalt 11 % av elevene skal være i hver av disse to gruppene. Vi ser altså at gjennomsnittet er høyt og at det blant de testede elevene er langt flere flinke og langt færre svake enn normalt. Regner vi klassegjennomsnitt av staninescorene på alle prøvene som er tatt, ser vi at 7. klassetrinnet som ikke har hatt noe EYLP/EYNP har et snitt på 4,9. Fjerde og femte klasse som har hatt EYLP fra starten og litt EYNP har snitt på 5,9. Tredje klasse som har hatt EYNP fra starten har snitt på 6,9. Materialet er foreløpig alt for tynt til å trekke noen konklusjoner, men disse resultatene blir det spennende å følge videre!

Avrunding

Vi vil til slutt fremheve at Nylund ikke har funnet en undervisningsform eller et innhold som er endelig, men at det i matematikkundervisningen pågår en kontinuerlig revisjon både tilknyttet stasjonene, spesialundervisningen, opplæringen av lærerne og tilknyttet hvordan og i hvilken grad foreldre involveres.

Early Years Numeracy Program i Australia har som sagt vært fulgt av Early Numeracy Research Project. I forhold til EYLP, er det skrevet en hovedfagsoppgave ved Nylud skole. Den heter «Early Years Litteracy Program – den optimale undervisningsmetode?» skrevet av Breivik (2004). Matematikkprosjektet på Nylund er foreløpig ikke fulgt av forskere. Elevresultatene er betydelig bedre etter oppstarten av EYNP, og vi håper at dette på sikt kan følges opp av forsk-ningsprosjekter slik at vi får mulighet til å trekke begrunnede konklusjoner. For vi stiller oss mange spørsmål, og det må forskning til for å få holdbare svar.

Noter

[1] Mer om programmet på http://www.sofweb.vic.edu.au/eys/num/numclass.htm.

[2] Mer om dette på http://www.sofweb.vic.edu.au/eys/lit/classrom.htm.

[3] Resultatene etter omleggingen tilknyttet norskfaget har fått mye oppmerksomhet i media, blant annet i Aftenposten med artikkelen «Leser i hvert sitt tempo» av Borrevik (2005) som er digitalt tilgjengelig på http://www.aftenposten.no/foreldreogbarn/article1145487.ece.

[4] Mer om forskningsprosjektet på http://www.sofweb.vic.edu.au/eys/num/enrp.htm. Her ligger også forskningsrapporter tilgjengelig. En oppsummering av forskningen finnes på http://www.sofweb.vic.edu.au/eys/num/ENRP/Execsumm/index.htm.

[5] Mer om «Case Study Teachers» på http://www.sofweb.vic.edu.au/eys/num/ENRP/casestud/csTchDat.htm.

[6] Materialer finner dere på http://www.sofweb.vic.edu.au/eys/resources/numprogram.htm.

[7] Vi legger definisjonen til Breiteig og Venheim (1999:239) til grunn: «En matematisk oppgave som en person er interessert i å finne ut av, som engasjerer henne og han og der vedkommende ikke har noen umiddelbar tilgjengelig metode for å løse oppgaven, er et problem.»

[8] Ideer fra Gan Forlag (http://www.gan.no/gloria/id/10.) som Solem og Hagglund (2000) og fra Caspar Forlag (http://www.caspar.no/.) som Olsson, m.fl. (2002) og Røsseland, m.fl. (2003) har vi brukt en del parallelt med ting fra nettsteder som matematikk.org og matematikksenteret.no.

[9] For mer om tallbegrepsutvikling anbefales Van De Walle (2004, section II) og Reikerås og Solem (2001, kapittel 5 og 6).

[10] For oversikt over alternative «backup-strategier» og «retrieval-strategier», se Ostad (1999). Ostad (2003) understreker nødvendigheten av strategiopplæring i begynneropplæringen.

[11] Mer om testene på http://www.ppt-materiell.no/ under kartleggingsprøver i matematikk.

[12] For tiden Sigve Tjomsland.

[13] Skolen har også hatt samarbeid med Lesesenteret ved Universitetet i Stavanger i forbindelse med utviklingen av EYLP.

[14] Staninescore er en forkortelse for standard nine og navnet kommer av at staninescore går fra 1 til 9. Staninescore på 1, 2, eller 3 er under gjennomsnittet, 4, 5, eller 6 er gjennomsnittlig og 7, 8, eller 9 er over gjennomsnittet. Mer om dette på http://www.pearsonedmeasurement.com/research/faq_2f.htm.

Litteratur:

BORREVIK, L. N. (2005). Leser i hvert sitt tempo. *Aftenposten* 31.10.2005. (Artikkelen er digitalt tilgjengelig på www.aftenposten.no/foreldreogbarn/article1145487.ece.)

BREITEIG, T. OG R. VENHEIM (1999). *Matematikk for lærere 2.* Oslo: Tano Aschehoug.

BREIVIK, A. (2004). *Early Years Litteracy Program – den optimale undervisningsmetode? Ei undersøking av korleis «EYLP» har hatt innverknad på lesedugleiken til elevane på Nylund skole.* Hovedfagsoppgave i spesialpedagogikk. Institutt for allmennlærerutdanning og spesialpedagogikk. Det humanistiske fakultet. Universitetet i Stavanger.

HOLM, M. (2002). *Opplæring i matematikk.* For elever med matematikkvansker og andre elever. Oslo: Cappelen Akademisk Forlag.

JOHANSEN, L. Ø. (2004). Voksnes regnefærdigheder/numeralitet – hvordan testes de? I: Engström, A. (red.): *Democracy and participation: a challenge for special education in mathematics: proceedings for the 2nd Nordic research Conference on Special Needs in Mathematics*, 302–315. Örebro: Örebro Universitet.

LIDENSKOV, L. OG T. WEDEGE (2000). *Numeralitet til hverdag og test. Om numeralitet som hverdagskompetence og om internationale undersøgelser af voksnes numeralitet.* Center for forskning i matematiklæring. Danmarks lærerhøjskole. Roskilde Universitetscenter. Aalborg Universitet, Danmark.

LUNDTRÆ, K. (2005). *Matematikk og kjønn – myte eller realitet? En studie av voksenbefolkningens grunnleggende ferdigheter og selvoppfatning i matematikk med et spesielt henblikk på kjønn.* Masteroppgave i spesialpedagogikk. Institutt for allmennlærerutdanning og spesialpedagogikk. Det humanistiske fakultet. Universitetet i Stavanger.

OLSSON, I., M. RØSSELAND, M. FORSBACK OG A. OLSSON (2002). *Tenk kreativt 1 og 2.* Bergen: Caspar Forlag.

OSTAD, S. (1999). *Elever med matematikkvansker.* Studier av kunnskapsutviklingen i strategisk perspektiv. Oslo: Unipub forlag.

OSTAD, S. (2003). Strategiopplæring i matematikk. *Tangenten,* 2, 23–25. (Artikkelen ligger tilgjengelig her www.caspar.no/tangenten/2003/ostad203.html).

REIKERÅS, E. OG I. H. SOLEM (2001). *Det matematiske barnet.* Bergen: Caspar Forlag.

ROCKSTRÖM, B. (2000). *Skriftlig huvudräkning*. Metodbok. Sverige: Bonnier Utbildning.

RØSSELAND, M., M. SANDVIK, P. O. TANGEN OG S. H. TORKILDSEN (2003). *Matematiske utfordringer.* Bergen: Caspar Forlag.

SOLEM, H. OG U. HAGGLUND (2000). *Mattenøtter*. Oslo: GAN Forlag.

VAN DE WALLE, J. A. (2004). *Elementary and middle school mathematics. Teaching developmentally.* 5. ed. USA: Pearson Education.

Hverdagsmatematikk for voksne

– norske erfaringer fra internasjonale prosjekter og utvikling av matematikkmateriell på et grunnleggende nivå


av SVEIN KVALØ

Svein Kvalø er seniorrådgiver ved Vox, Nasjonalt senter for læring i arbeidslivet.


av CHRISTINA BERG

Christina Berg er seniorrådgiver ved Vox, Nasjonalt senter for læring i arbeidslivet.

En undersøkelse fra Sverige i 2003 viser at 15 prosent av svenske skoleelever har matematikkferdigheter på fjerdeklassenivå når de går ut av grunnskolen[1].

Det er ingen grunn til å tro at tilstanden er bedre i Norge. Dette tallmaterialet tilsier at det er mange voksne med svake matematikkferdigheter. I tillegg til hva vi vet om matematikkferdighetene til elevene i skolen, har det vært gjennomført to undersøkelser som også sier noe om voksnes regneferdigheter.

IALS (International Adult Literacy Survey) var en undersøkelse som testet voksne i alderen 16–64 år i prosatekster, dokumenttekster og i kvantitativ leseforståelse som er en test i voksnes hverdagsmatematiske ferdigheter. OECD definerte at 29 prosent av voksenbefolkningen i Norge presterte på nivå 1 og 2, de to laveste nivåene av i alt 5 nivåer. Tidligere rapporter, for eksempel OECD og Human Resources Development Canada fra 1997 og OECD og Statistics Canada 2000, har argumentert for at leseferdighet på alle skalaene på nivå 1 og 2 ikke er tilstrekkelig for å fungere tilfredsstillende i forhold til de lesekravene som arbeidsliv og samfunnsliv stiller til de vestlig industrialiserte land i dag.

Ferdighetsnivåene for den kvantitative skalaen i IALS kan kort beskrives slik:

Nivå 1
Oppgaver på dette nivået krever at leseren kan utføre **en** enkel regneoperasjon (vanligvis addisjon) hvor tallene allerede er satt opp i dokumentet eller framgangsmåten er gitt.

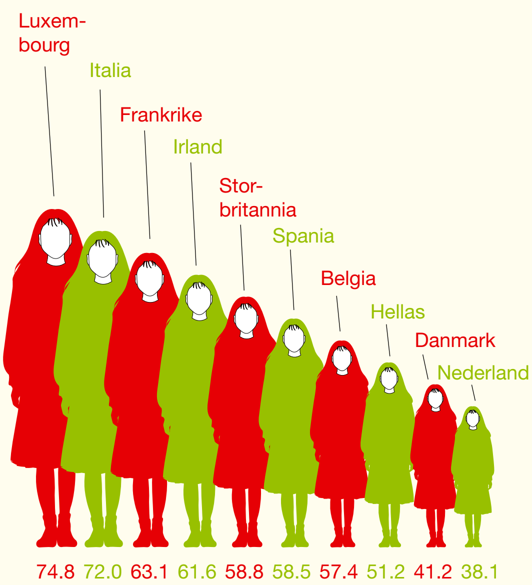
Nivå 2
Oppgavene består av en regneoperasjon (enten addisjon eller subtraksjon) med utgangspunkt i tall som er lette å finne i teksten. Regneoperasjonen som skal utføres går også klart fram av ordvalget i spørsmålet eller materialets utseende.

Nivå 3
På dette nivået blir regneoperasjonene mer varierte, og kan også omfatte multiplikasjon og divisjon. I noen oppgaver er det nødvendig å behandle mer enn to tall for å løse oppgaven, og tallene inngår i mer kompliserte tekster eller dokumenter. Ofte brukes semantiske uttrykk som «hvor mange» eller «beregn forskjellen», mens andre oppgaver krever logiske slutninger på høyere nivå for å definere oppgaven.

Nedenfor gjengis et eksempel på kvantitative oppgaver på de tre laveste nivåene hentet fra IALS undersøkelsen. (Gabrielsen, 2003, s. 105, 118 og 119).

Få kvinner ved kateteret i Nederland

Det er få kvinner blant lærerne i Nederland sammenliknet med andre land. I de fleste andre land er flertallet av lærere kvinner. Men tar vi med tallene for inspektører og rektorer, blir andelene en god del lavere, og kvinnene er i mindretall i alle land.



Prosentvis andel kvinnelige lærere(barnehage og grunnskole)

NIVÅ 1
Hvor mange prosent av lærerne i Hellas er kvinner?

NIVÅ 2
Regn ut prosentandelen menn i læreryrket i Italia.

NIVÅ 3
I hvilket land utenom Nederland er kvinner i mindretall i læreryrket?

I **ALL**-undersøkelsen (Adult Literacy & Life Skills), som testet voksne i alderen 16–64 år i prosatekster, dokumenttekster, tallforståelse og problemløsning presterte 10 % på nivå 1 og nesten 30 % på nivå 2 i tallforståelse og hverdagsmatematiske ferdigheter (Gabrielsen, Haslund og Lagerstrøm, 2005, s. 66.)

En beskrivelse av de tre laveste nivåene i tallforståelse i ALL-undersøkelsen (Gabrielsen, Haslund. og Lagerstrøm, 2005, s. 64.) er som følger:

Nivå 1
Må forstå grunnleggende tallbegreper og kunne utføre enkle ett-trinns oppgaver innen konkrete velkjente kontekster hvor det matematiske innholdet kommer tydelig fram med lite tekst. Oppgavene består i enkle regneoperasjoner som å telle, sortere datoer, utføre enkle aritmetiske øvelser eller forstå vanlige og enkle prosenter slik som 50 %.

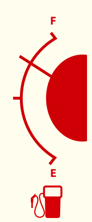
Nivå 2
Må kunne gjenkjenne og forstå grunnleggende matematiske begreper satt inn i forskjellige kjente kontekster hvor det matematiske innholdet kommer tydelig frem. Oppgavene inneholder vanligvis ett-trinns eller to-trinns regneoperasjoner som innebærer hele tall, referanseprosenter og brøk, tolking av enkle grafiske eller romlige framstillinger og utføring av enkle måleoperasjoner.

Nivå 3
Ferdigheter det spørres etter, krever sans for tall og rom, kjennskap til matematiske figurer og forhold, tolking av proporsjoner, data og statistikker som er satt inn i relativt enkle tekster hvor det kan finnes distraktorer. Oppgavene består vanligvis i å gjøre bruk av en rekke metoder for å løse problemer.

Eksempler på oppgaver i kategori 1, 2 og 3: (Disse oppgavene ble brukt i piloten, men ikke i selve undersøkelsen). (Gabrielsen, Haslund. og Lagerstrøm, 2005, s. 216, 217 og 218).

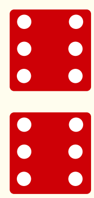
NIVÅ 1

Her er en illustrasjon med Coca Cola flasker.
Hvor mange flasker med Coca cola er det til sammen i to fulle kasser?



NIVÅ 2

Bensintanken i denne bilen inneholder 48 liter. Omtrent hvor mange liter bensin er det igjen i tanken?(Dersom en går utifra at bensinmåleren er nøyaktig)



NIVÅ 3

Du kaster to terninger, den ene etter den andre. Du får en treer på den første terningen. Hvor stor er sjansen for at du skal få en treer på den andre terningen.

Helautomatisk kassaapparat

Regneferdigheter viktig for voksne?

Mange voksne får dårligere regneferdigheter fordi de ikke bruker matematikken. Etter endt skolegang er de fleste voksne skjermet fra matematikk- og regneaktiviteter i større grad enn bare for få år siden: Vi mottar lønn som går inn på en lønnskonto, vi betaler regninger via nettbanken, vi handler ofte med kredittkort, vi leverer ferdigutfylt selvangivelse, vi kjøper brus, sjokolade og lignende fra automater som veksler og tilbakebetaler automatisk. Kassaapparatene helautomatiseres og veiing skjer med digitale vekter. Matematikken blir mer og mer skjult. For å holde matematikkferdighetene ved like må de brukes. «Use it or lose it». Selv om det er mange som har gode uformelle matematikkferdigheter, er det likevel etter vår oppfatning mange voksne som bruker regning og matematikk såpass lite at deres regneferdigheter, formelle og uformelle, med årene reduseres. Det kan føre til at mange voksne blir overlatt til andres dømmekraft når situasjoner oppstår der matematikk og regning er nyttige redskap til å ta avgjørelser. De må alltid stole på andre når felles regning skal gjøres opp etter et kafébesøk, de vil nødig involvere seg i foreningsarbeid i frykt for bristende grunnleggende ferdigheter etc. Dette kan for noen voksne oppleves uverdig. Dersom for mange voksne har dårlig tallforståelse, kan det representere et demokratiproblem. Politiske saker blir ofte argumentert for og i mot basert på tall og trender som kan anskueliggjøres ved ulike typer diagrammer. Aviser inneholder daglig artikler med matematikkholdig informasjon. I Aftenposten den 23. januar står det i artikkelen «DnB NOR spår fire fete år for norske lønnstagere», i et avsnitt:

> «Den svært gode fireårsperioden 2001–2005 blir etterfulgt av den nesten like gode fireårsperioden 2005–2009, spår sjef-økonom Øystein Dørum i DnB NOR Markets. Over årene 2001–2005 steg reallønnen med i alt 11,8 prosent. Over årene 2005–2009 spår Dørum at reallønnen vil stige med drøyt 11 prosent. Det betyr at kjøpekraften for en årslønn kan stige med nesten 25 prosent på åtte år.» www.aftenposten.no/nyheter/okonomi/article1202121.ece

Det krever innsikt i matematikk og tallforståelse for å skjønne innholdet i denne artikkelen.

I følge en undersøkelse fra 2005 gjennomført av Fafo (Fagbevegelsens senter for forskning, utredning og dokumentasjon) hevder arbeidstakerne at de ofte har manglende utbytte av den opplæringen de får i bedriften. Bare 38 % av kvinnene og 33 % av mennene mente at de i stor eller noen grad lærte noe de har nytte av i jobben fra kurs og opplæringstilbud de har fått på arbeidsplassen (T. Nyen, 2005, s. 6). En årsak til dette kan være at arbeidstakerne har for dårlige grunnleggende ferdigheter blant annet også i regning og tallforståelse. En annen grunn kan være at de kursene som tilbys av bedriften ikke alltid er relevante i forhold til de arbeidsoppgavene arbeidstakerne har i bedriften.

OECD mener det er ønskelig at voksne presterer på nivå 3, 4 og 5 for å være godt nok rustet til de utfordringene de kommer til å møte i fremtidig arbeids- og samfunnsliv. Det betyr at over en million voksne nordmenn i følge OECD sine definisjoner ikke har gode nok ferdigheter i hverdagsmatematikk. Dette tallmaterialet og hva det innebærer å klare seg i forhold til de krav arbeids- og samfunnsliv stiller kan selvfølgelig diskuteres. Det indikerer likevel, etter vår mening, at det er et betydelig antall voksne som vil ha utbytte av å få opplæring i hverdagsmatematikk.

Inspirasjon gjennom deltakelse i internasjonale prosjekter

ALMAB, Adults Learning Mathematics Across Borders, var et prosjekt under Grundtvig-programmet (Groenestijn, M., 2003). Hensikten med prosjektet var å drive internasjonal utveksling av undervisningsmateriell og metodikk i forhold til matematikkopplæring for voksne. Aktivitetene bestod da i å finne fram til egnet undervisningsmateriell utviklet i de forskjellige partnerlandene samt vise eksempler på god praksis fra de samme landene. Dette innsamlete materiellet ble så oversatt til engelsk i partnerlandet og deretter oversatt til de tre respektive språkene, (f.eks., oversatte vi bidragene fra Belgia, Danmark og Nederland til norsk). Det oversatte materiellet kunne da utprøves av lærere på læringsarenaer for de ulike målgrupper innen matematikkopplæring for voksne. Materiellet ble evaluert både av de voksne elevene og av læreren. Prosjektet startet i 2000 og varte fram til slutten av 2003.

NOEN RESULTATER:

Det ble opprettet en webside: **www.almab.dk.** Her finnes noen av de utprøvde oppgavene. Et utvalg av disse med kommentarer er samlet i en bok (Groenestijn, M, 2003). Denne boka inneholder også artikler om numeracy, matematikkvansker, de ulike landenes tilbud innen voksenopplæring generelt og matematikkopplæring.

Gjennom dette prosjektet lærte vi om FVU, Forberedende Voksenundervisning, som er et tilbud for voksne i grunnleggende ferdigheter i lesning og hverdagsmatematikk i Danmark. Når vi på Vox har utviklet matematikkmateriell, har vi vært inspirert av dette tilbudet.

MiA, Mathematics in Action, er et europeisk prosjekt som støttes av Grundtvig 1 som er en del av Socrates-programmet. Partnerinstitusjonene kommer fra Danmark, Litauen, Nederland, Norge, Slovenia, Spania og Ungarn. Prosjektet koordineres av den danske partneren, Danmarks Pedagogiske Universitet. Prosjektet startet i 2004 og vil vare til slutten av 2007. Målet er å gi lærere i voksenopplæringssentrene nødvendige ferdigheter og ressurser til å forbedre den funksjonelle tallforståelsen til voksne i Europa. Interesserte kan følge med på prosjektaktivitetene på: **www.statvoks.no/mia**

EMMA, European (Network) Motivational Mathematics er et EU-prosjekt støttet av Grundtvig 4 aksjonen i rammen av Socrates programmet. Partnerinstitusjonene kommer fra 16 forskjellige europeiske land. Prosjektet startet i slutten av 2005, og det vil vare til slutten av 2007. Formålet for prosjektet er å danne et varig nettverk med eksperter i forskning, behovsanalyse, didaktiske eksperter relatert til læringsprosesser i hvordan voksne lærer matematikk. Prosjektet koordineres av Vox. Interesserte kan følge med på prosjektaktivitetene på: **www.stavoks.no/emma**

Tilbudet i grunnleggende matematikk for voksne i Norge

I opplæringsloven om rett til grunnskoleopplæring for voksne står det:

> Er du over 16 år og trenger grunnskoleopplæring, har du rett til gratis undervisning. Retten gjelder selv om du har fullført grunnskolen tidligere.
> Har du ikke utbytte av det ordinære opplæringstilbudet, har du rett til spesialundervisning.

Kommunene har ansvaret for å innfri denne retten ved å tilby matematikk for voksne som tilsvarer ungdomsskolen. (Opplæringslova og forskrifter. Med arbeid og kommentarer, Øystein Stette, Rett til grunnskoleopplæring for voksne § 4.1, side 69, § 4.2 s. 70.)

Til tross for opplæringsloven finnes det kun ett tilbud i grunnleggende ferdigheter innen den kommunale voksenopplæringen, og det er for immigranter etter introduksjonsloven som ble introdusert i Norge fra og med 1.9.2005. Alle innvandrere må gjennomgå 300 timer med opplæring i norsk og samfunnskunnskap. I dette programmet utgjør matematikk en liten del. (Se «Metodisk veiledning, Læreplan i norsk og samfunnskunnskap for voksne innvandrere»).

Mange voksne får dårligere regneferdigheter fordi de ikke bruker matematikken.

Kunnskapsdepartementet satser på grunnleggende ferdigheter for voksne gjennom «Programmet for Basiskompetanse i Arbeidslivet» som håndteres av Vox. I denne sammenhengen skal Vox være med å utvikle et opplæringstilbud innen digital kompetanse, lesing og skriving og hverdagsmatematikk som skal tilbys voksne ute i bedriftene. Vox satser på, i samarbeid med andre aktører, å lage kompetansemål i grunnleggende matematikk for voksne i løpet av 2006 som kan danne grunnlag for opplæringen i bedriftene. Dersom dette blir et vellykket prosjekt, ønsker vi at det blir etablert et nasjonalt system i opplæring i grunnleggende ferdigheter i hverdagsmatematikk, lesning og digital kompetanse både på og utenfor arbeidsplassen. Da kan det bli behov for å utvikle tester slik at de voksne kan plasseres i et kurs tilpasset deres ferdigheter.

MATERIELL VOX HAR UTVIKLET FOR VOKSNE

Når vi på Vox har utviklet materiell, har vi gjort det for voksne med vanskeligheter med matematikk og til en viss grad for de med matematikkvansker (etter Ostads definisjoner fra 2001). Vi har ikke tatt mål av oss til å lage noe som er beregnet på de med alvorlige spesifikke eller spesifikke matematikkvansker.

Migramatte er et temahefte i praktisk regning for hjem og samfunn for voksne innvandrere. (Berg og Gustavsen (2005)). Mange minoritetsspråklige har liten skolebakgrunn og/eller kort botid i Norge og

Målet med Migramatte er å gjøre deltakerne bedre i stand til å klare seg i dagliglivet, i situasjoner som krever kjennskap til tall, regning og det begrepsapparat som er knyttet til dette.

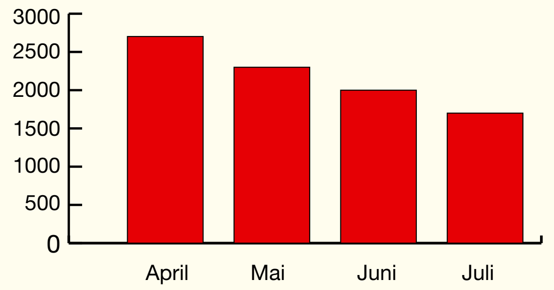
deres norskkunnskaper er svake. I tillegg er de fleste lærerne filologer og har derfor følt et behov for et læreverk i praktisk regning myntet på denne gruppen voksne innvandrere.

Initiert og støttet av Utdannings- og forsknings-departementet (UFD) i Norge har Vox i april 2005 publisert «Migramatte – Et temahefte i praktisk regning for hjem og samfunn for voksne innvandrere». Heftet er først og fremst skrevet for bruk i en under-visningssituasjon, men kan også brukes til selvstudium eller repetisjon på egen hånd. Mange av oppgavene i heftet er utprøvd på kvinnelige immigranter med dårlige norskkunnskaper og liten skoleerfaring i undervisningen på Skoleverkstedet på Furuset (Alna bydel) i Oslo. Selv om Migramatte i utgangspunktet er laget for immigranter, mener vi at den også er godt egnet til majoritetsspråklige voksne nordmenn som har vanskeligheter med matematikk og for voksne som har vært borte fra matematikken i så lang tid at de på grunn av manglende selvtillit til egne matematikk-ferdigheter, trenger en myk innføring for å komme i gang.

Målet med Migramatte er å gjøre deltakerne bedre i stand til å klare seg i dagliglivet, i situasjoner som krever kjennskap til tall, regning og det begrepsapparat som er knyttet til dette. Første kapittel av temaheftet tar for seg grunnleggende regneferdigheter. De andre kapitlene tar opp ulike praktiske problemstillinger som året og klokka, å reise, kjøp og salg, helse, personlig økonomi, samfunn og regning med ulike mål.

Eksemplet til høyre anskueliggjør utviklingen i arbeidsledigheten i en by.

Diagrammer: Dette **diagrammet** er et stolpe-diagram. Diagrammet sier hvor mange **arbeids-ledige** det er i by 4

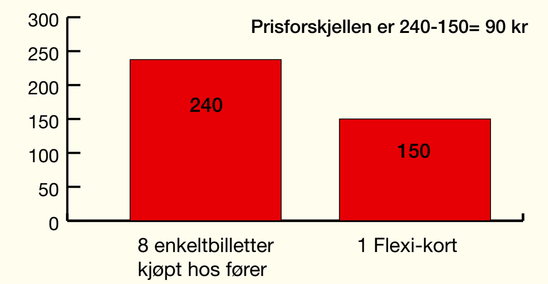


ORD-FORKLARINGER:
Diagram: tegning eller figur som viser forhold mellom flere størrelser
Arbeids-ledig: uten arbeid, ikke ha arbeid

Oppgave 1. Svar på spørsmålene.
a) Hvor mange arbeids-ledige var det i mai?____________
b) Hvilken måned var det flest arbeids-ledige?___________
c) Hvor mange måneder var det mer enn 2000
arbeids-ledige ________________________________

EKSEMPEL PÅ EN OPPGAVE SOM ER HENTET FRA REISEKAPITTELET:

Det er ofte billigere å bruke flexi-kort enn enkelt-billetter. Her ser du prisforskjellen på 8 reiser med Flexi-kort og 8 enkelt-billetter kjøpt hos fører.



Oppgave 1. Svar på spørsmålene.
- Hvor mye koster en enkelt-billett kjøpt hos føreren?
- Hvor mye koster en enkelt-billett kjøpt på forhånd?
- Hvor lenge varer en enkelt-billett?

Oppgave 2. Svar på spørsmålene.
- Hvor mye koster et Dags-kort?
- Hvor lenge varer et Dags-kort?
- Hvor mange ganger kan vi reise med et Dags-kort?

Tekstene i heftet er skrevet i et så lettfattelig språk som mulig og i samsvar med lettlestpublikasjoner fra Statens informasjonstjeneste. I tillegg er det lagt inn ordforklaringer i margen. Heftet inneholder faktastoff, regneoppgaver, dialoger og diskusjonsoppgaver. Dette gir mulighet for, i tillegg til å øve inn regneferdigheter, også å øve inn leseforståelse, ordkunnskap og muntlige ferdigheter. Til hvert kapittel hører også et antall «Jeg kan»-utsagn som kan benyttes til kartlegging av kunnskaper i forkant av undervisningen. I etterkant av undervisningen kan de samme utsagnene brukes for å teste hva deltakerne har lært. Dette vil kunne styrke deltakernes følelse av mestring, samtidig som både deltaker og lærer/veileder kan få en oppfatning av hvilke emner som krever repetisjon/mer trening.

Eksempel på «jeg kan»-utsagn hentet fra kapittelet om reising:

KAPITTEL 3 Reising	Ja	Nei
Jeg kan forstå hvor lenge en buss-billett varer.	☐	☐
Jeg kan forstå forskjellen på ulike billett-typer.	☐	☐
Jeg kan finne ut hvilken billett-type som er billigst for meg.	☐	☐
Jeg kan se på en rute-tabell og forstå når buss, trikk og bane går.	☐	☐
Jeg kan se på en rute-tabell og finne ut hvor lang en reise tar	☐	☐
Jeg kan kjøpe flybilletter	☐	☐
Jeg kan veksle norske og utenlandske penger	☐	☐
Jeg kan lese og forstå et kart	☐	☐
Jeg kan finne avstander på et kart.	☐	☐

Migramatte er også oversatt til engelsk.

Regnehjelpen er ett nettbasert læringsverktøy for trening i grunnleggende ferdigheter. Med mandat fra det daværende Undervisnings- og forskningsdepartementet (UFD) i Norge har Vox fått i oppdrag å utarbeide et nettbasert læringsverktøy for voksne innen grunnleggende ferdigheter i hverdagsmatematikk. Verktøyet vil bli gratis tilgjengelig på vox.no i begynnelsen av 2006.

Begrunnelsen for prosjektet er bl.a. resultatene fra IALS-undersøkelsen som i følge OECD hevder at minst 30 % av den voksne befolkningen har så dårlige kunnskaper i praktisk regning og hverdagsmatematikk at det kan ha negative konsekvenser for deres livskvalitet, deres muligheter til å få jobb i et stadig mer krevende arbeidsmarked og til deltakelse i livslang læring. Resultatene fra både PISA 2000 og 2004 viser at det vil være et behov for kompetanseheving i praktisk regning og hverdagsmatematikk de nærmeste 15 årene. Også resultatene fra ALL-undersøkelsen 2005 avdekker i følge OECD et økt behov for oppmerksomhet om relevante matematikkferdigheter hos voksne.

Målgruppen er voksne i alle aldre som har begrensede kunnskaper og ferdigheter i praktisk regning og hverdagsmatematikk (tilsvarende nivå 1 og 2 i IALS og ALL), slik at de ikke er i stand til å følge opp sine barn i skolearbeidet på 4.–7. klassenivå og/eller har vanskeligheter med å vurdere matematikkholdig informasjon i samfunn, arbeidsliv og media. Dette gjelder også voksne som en gang har hatt relativt gode matematikkunnskaper og ferdigheter fra tidligere skolegang, men som har mistet mye på grunn av manglende praktisering.

I strategiplanen «Realfag, naturligvis» (Strategi for styrking av realfagene 2002–2007) heter det bl.a. at Vox skal styrke foreldrerollen i matematikkopplæringen og utvikle et nasjonalt tilbud i hverdagsmatematikk for voksne.

Regnehjelpen er et tilbud til foreldre som ønsker å orientere seg i forhold til de nasjonale prøvene i matematikk 2005 for 4. trinn og 7. trinn. Her kan brukerne se hva slags oppgaver som gis, og få veiledning til hvordan slike oppgaver gjøres med forklaringer og fasit.

Forklaringene som følger oppgavene er spesielt rettet inn mot målgruppa (dvs. ikke beregnet på lærere). Det kan være både nyttig og interessant å kunne se på prøvene, og ikke minst regne noen oppgaver alene eller sammen med barna. Både oppgaver og løsninger kan skrives ut på papir. I tillegg kan noen av oppgavene løses interaktivt.

Nasjonal prøve trinn 7 – oppgave 2

Jasmin er høyere enn Anita, men lavere enn Tom.
Rune er høyere enn Jasmin.
Mari ville vært lavest, hvis det ikke hadde vært for Bashir.
Rune er ikke høyest.

Plasser navnene under hverandre slik at den som er høyest, står øverst osv.
Klikk og dra navnene inn på riktig plass.

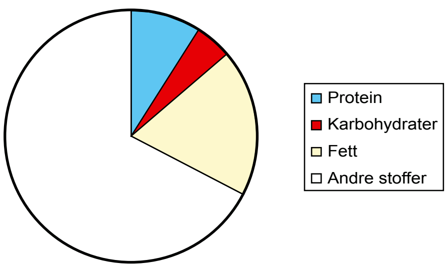
Anita	Høyest:	________
Bashir		________
Jasmin		________
Mari		________
Rune		________
Tom	Lavest:	________

Regnehjelpen er også et tilbud til voksne som ønsker å orientere seg i forhold til matematikkholdig informasjon i arbeidsliv, samfunn og media. Her gis det mulighet for å friske opp egne ferdigheter i praktisk regning ved å trene interaktivt på oppgaver innen arbeids- og hverdagsliv (netthandel, avbetaling, oppussing m.m.), livsstil (helse, næringsinnhold i mat, fartsbøter m.m.) og ut i verden (tidssoner, reiser, valuta m.m.).

De fleste oppgavene er flervalgsoppgaver med forklaringer og fasit.

Eksempel på en oppgave

Næringsinnhold medisterpølse



Oppgave 1
Se på kakediagrammet. Hvilket næringsstoff er det mest av i medisterpølse?

- Fett
- Protein
- Karbohydrater

I tillegg inneholder nettstedet hjelpemidler som grunnregler i matematikk i form av animasjoner som passer både for voksne og barn. Animasjonene er kjøpt av Malling Beck forlag og er oversatt og tilrettelagt for norske forhold.

Andre hjelpemidler er kalkulator, valuta- og BMI-kalkulator, prosenthjelp og nyttige lenker til andre relevante nettsteder. Regnehjelpen vil du finne på **www.vox.no/regnehjelpen** i begynnelsen av 2006.

NOTE

[1] **ARNE ENGSTRØM OG OLOF MAGNE,** 2003, i *Medelsta-matematik*, s. 127

REFERANSER:

BERG, C., A. GUSTAVSEN (2005). *Migramatte – Et temahefte i praktisk regning for hjem og samfunn for voksne innvandrer.* Vox.

ENGSTRØM, A., O. MAGNE (2003). *Medelsta-matematikk,* Hur väl behärskar vi grundskolans elever i lälærostoffet enligt Lgr 69, Lgr 80, Lgr 94? Rapporter från Pedagogiska Intitionen, Ørebro Universitet (s. 127).

GABRIELSEN, E., (2003). *Lese for livet. Lesekompetanse i den norske voksenbefolkning sett i lys av visjonen om en enhetsskole.* (s. 105 og 118–119). Universitetet i Bergen.

GABRIELSEN E, J. HASLUND OG B. O. LAGERSTRØM (2005). *Lese- og mestringskompetanse i den norske voksenbefolkningen.* (s. 66, 72, 216–218). Nasjonalt senter for leseopplæring og leseforskning, Universitetet i Stavanger.

GROENESTIJN, M. (2003). Adults Learning Mathematics Across Borders. Published by CINOP.

NYEN, T. (2005). *Livslang læring i norsk arbeidsliv. Resultater fra læringsmonitoren.* (s. 26). Wittusen & Jensen.

OSTAD, S. (2001). *Matematikklæring og matematikkvansker. En artikkelsamling.* Oslo: Unipub forlag.

STETTE, Ø. (2005). *Opplæringslova og forskrifter. Med arbeid og kommentarer. Rett til grunnskole opplæring for voksne § 4.1 og § 4.2.* (69–70). Oslo: Pedlex Norsk skoleinformasjon.

Små barns matematik

Här ges en beskrivning av ett pilotprojekt med 93 lärare i svensk förskola med mål, innehåll och uppläggning av kompetensutveckling för lärare. Denna har sin grund i forskning och utvecklingsarbete kring matematiklärande för barn 1–5 år. I slutet tar vi upp boken Små barns matematik som ger barnens, lärarnas och handledarnas upplevelser och reflektioner i projektet med några exempel.

av ELISABET DOVERBORG

Elisabet Doverborg är förskollärare, forskare och projektledare vid Göteborgs universitet, Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM.
elisabeth.doverborg@ncm.gu.se

av GÖRAN EMANUELSSON

Göran Emanuelsson, universitetslektor vid Göteborgs universitet, Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM.
goran.emanuelsson@ncm.gu.se

Lärares betydelse för barns lärande

Sverige har en särskild läroplan för förskolan, Lpfö 98 (Utbildningsdepartementet, 1998). Alla som arbetar där skall utmana barns nyfikenhet och intresse för matematik. I Skolverkets kvalitetsgranskning av *Lusten att lära med fokus på matematik* och i Matematikdelegationens betänkande framhålls att förskolans lärare har mycket stor betydelse. Lärares uppfattningar av och kunskaper i matematik har avgörande inverkan på hur barns frågor och tankevärld kring matematik tas tillvara, utvecklas och utmanas (Skolverket, 2003; SOU2004:97).

Matematik har tidigare inte haft en framträdande roll i svensk förskola. I dag är dock flertalet lärare och förskolechefer överens om att det är viktigt att matematiken görs synlig. Det är angeläget att skapa medvetenhet om barns lärande i matematik och vilka konsekvenser detta kan ha för livslångt matematiklärande, se t ex Lärarförbundet (2005), Reuterberg & Svensson (2000).

Matematik från början

NCM har sedan 1999 i uppdrag från regeringen att stödja utveckling av svensk matematikutbildning från förskola till högskola. Vi har arbetat mycket med barns möte med matematik i förskola och tidiga skolår. År 2000 utgavs *Matematik från början* (Wallby et al, 2000) för att visa på möjligheter till variation och utmaningar, att stimulera till reflektion och diskussion kring lärande för barn i åldern 1–9 år. Lärare och forskare tar upp teori och praktik kring utveckling av språk och tänkande i läro- och kursplaner, i lek, barnlitteratur och problemlösning. Reaktioner från kurser och seminarier kring boken har varit en viktig utgångspunkt i arbetet med Pilotprojektet.

Syfte och målsättning för Pilotprojektet

Projektet har lagts upp för att vidga och fördjupa det kunnande i matematik och matematikdidaktik som lärare har för att kunna utveckla och utmana barns intresse för och lärande i matematik enligt Lpfö 98. Projektet riktar sig till lärare som arbetar med barn i åldern 1–5 år. En projektgrupp arbetade fram mål och innehåll för kompetensutvecklingen för att undersöka hur ett kursinnehåll med litteraturstudier och arbete i barngrupper med handledarstöd, kunde bidra till att lärare inspirerade och utmanade barns matematiklärande. Dessutom ville vi se hur lärares syn på matematik, på eget och på barns lärande i matematik utvecklades. Målen var att:

- uppmärksamma barns möte med matematik och betydelse för fortsatt lärande,
- ge erfarenhetsutbyte, reflektion, inspiration kring tidig matematikutveckling,
- ge kompetensutveckling kring hur barns kunnande iakttas,analyseras och utvecklas,
- stödja arbetslag kring hur barns kunskapsutveckling kommuniceras,
- visa matematikens spännande, kreativa, utvecklande sidor – även för föräldrar,
- uppmärksamma lekens betydelse för lärandet,
- visa på variationen i barns erfarenheter och tänkande med betydelse för lärande,
- stödja nätverk i kompetensutveckling även efter den aktuella satsningen.

Pilotprojektets innehåll och genomförande

Ett 30-tal förskoleavdelningar med geografisk spridning över landet valdes ut. I urvalet fanns både förskolor som medvetet arbetat med matematik och avdelningar där lärare hade mindre erfarenhet av – men intresse för matematik. Även avdelningar där barnen har multikulturell bakgrund har ingått. Pilotprojektet har inneburit att alla i arbetslaget deltagit aktivt mellan och vid alla träffar. Varje arbetslag har haft en kontaktperson.

I maj 2003 besökte handledarna sina förskoleavdelningar och träffade lärarna. Under en halvdag eller kväll gjordes en lägesbeskrivning och diskuterades mål, innehåll och uppläggning av arbetet med deltagare och förskolechefer. Alla besvarade en enkät, beskrev sina upplevelser av matematik i en bild och dokumenterade den matematik som var och en mött just den dagen. I avtalet ingick att förskolechefen skulle delta i utbildningen vid minst två tillfällen.

ARBETSGÅNG

Maj 2003:	Besök på förskolorna. Gruppträff en halvdag med introduktion.
Augusti:	Gruppträff en och en halv dag.
Innehåll:	Uppföljning av föregående träff, bearbetning av läraruppgifter, litteratur diskussion, loggbok, aktivitet och presen tation av uppgifter till nästa gång.
Oktober:	Gruppträff en halvdag.
Innehåll:	Taluppfattning.
November:	Gruppträff en halvdag.
Innehåll:	Rumsuppfattning.
Januari 2004:	Gruppträff en halvdag.
Innehåll:	Sortering, tabeller och diagram.
Februari:	Gruppträff en halvdag.
Innehåll:	Matematik i lek, vardagssituationer och tema.
April:	Gruppträff en halvdag.
Innehåll:	Matematik i förskolan. Utvärdering.

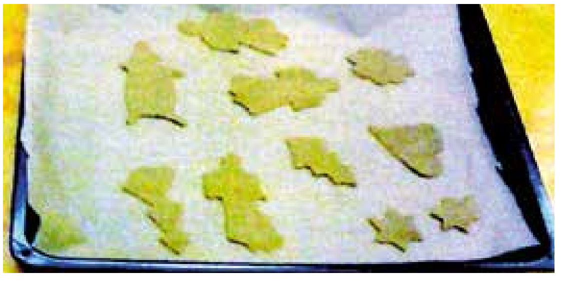
Vid varje grupptillfälle fick deltagarna en dagordning som också innehöll förslag på uppgifter till nästa gång t ex: aktiviteter att göra med barnen, loggboksskrivning, litteraturläsning. Dagordningen avslutades med förslag på innehåll till följande studiegruppstillfälle: Aktuella frågor utifrån loggboken, diskussion av uppgift att göra tillsammans med barnen, arbete med barnboken, diskussion av litteratur och litteraturläsning.

Mellan två gruppträffar samlades lärarna till en studiegruppsträff där de hade möjlighet att diskutera olika innehållsfrågor. Struktur och arbetssätt upplevdes mycket positivt av lärarna, som genomförde aktiviteter tillsammans med barnen, studerade litteratur, skrev loggböcker och gjorde dagliga observationer samt barnintervjuer mellan träffarna. Tiden för denna kompetensutveckling motsvarade 5 veckors heltidsstudier.

Vi har betonat vikten av att ta vara på barns dokumentation, att utmana deras tänkande och lust att utforska och lära matematik. Många lärare i förskolan säger sig ha negativa erfarenheter av och bristande kunnande i matematik och matematikdidaktik. Därför har vi lagt in fördjupning inom olika områden t ex taluppfattning och rumsuppfattning, sortering, tabeller och diagram samt mätning. Naturligtvis har vi eftersträvat att matematik skall ses som en helhet där olika aspekter av och uttryck för matematik kan urskiljas i en och samma situation eller i olika situationer.

Dokumentation i bild och text

Här är exempel som visar barnens och lärarnas erfarenheter vid pepparkaksbaket hämtat från kap. 11, *Matematik i vardagen*, s. 132–134 av Lillemor Emanuelsson:



Här ligger ogräddade kakor med olika former.

Hur många av varje sort? Grisen kom inte med.

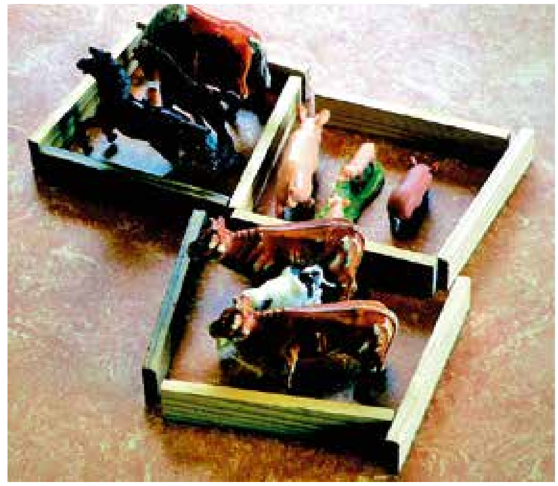
«Barnen väljer pepparkaksformer fritt. Det blir flera olika sorters former, som ligger huller om buller på plåtarna. Då kakorna har blivit tjockare och större efter gräddningen vill barnen få ordning. Först sorterar de kakorna efter form. Därefter lägger de ut de sorterade kakorna på långa rader och gör olika upptäckter. De fortsätter med att stapla likadana kakor på varandra och gör nya upptäckter, som framgår av samtalen. Lärarna ställer frågor som utmanar barnens lärande och riktar uppmärksamheten mot matematikbegrepp.

Barnen dokumenterade antalet olika former, som fanns på plåten. De placerade tillsammans ut dem på ett vitt pappersark och la lika många knappformar under respektive form som de såg på plåten. Ett barn la ut knapparna utan att räkna dem, utan att peka med ett finger. Hon uppfattade direkt antalet likadana former visuellt. Med ett undantag, hon la ut två knappar under gumman. När hon skulle se hur många hjärtan det var, så insåg hon att det var en för lite, så hon satte dit en till. Wilma, 4 år och 11 månader, ritade av kakformarna och antalet kakor av varje form. Hennes dokumentation innehåller en kakform, som inte fanns med på diagrammet men på plåten.»

Dokumentation av Wilma, 4 år och 11månader.

Följande exempel är hämtat från kapitel 9, *I lek utvecklar barnen rumsuppfattning och språk* och avsnittet *Barnen bygger rum åt sina djur*, s 107-108, av Görel Sterner:

«Julia kommenterar under tiden som hon bygger. Hon grupperar djuren tre och tre och påpekar att det är viktigt att djurungarna bor i mitten, mellan mamman och pappan. «Just det», säger läraren «kalven, fölet och griskultingen bor mellan de vuxna djuren». Någon dag senare frågar läraren Julia om hon vill rita bilder av djurhagarna, så att hon kan visa och berätta för sina kamrater om hur hon och Felicia byggde.



Projektet riktar sig till lärare som arbetar med barn i åldern 1–5 år.

Julia berättar om hur de har byggt hagarna, vilka former hagarna har, hur många de bor i varje hage e t c. När hon berättar om bilden med de tre hagarna, tittar hon tyst en stund på sin bild och säger sedan: «Man kan inte se benen om man tittar på djuren uppifrån!» I byggleken samarbetar barnen och löser problem. De får erfarenheter av att kategorisera och sortera djuren, de bedömer avstånd, riktning och läge. De antalsgrupperar djuren och använder ord och begrepp kopplat både till tal- och till rumsuppfattning. Barnens dokumentationer och samtalen kring dessa hjälper dem att synliggöra sitt och andras tänkande och att reflektera över olika begrepp. Utifrån Julias kommentar om att benen inte syns, kan vi ana att hon gjorde den upptäckten under tiden hon be-rättade om dokumentationen. Styrkan med skriften eller bilden är ju att den är permanent. Det innebär att vi kan gå tillbaka till våra tankar om och om igen och bearbeta dem på olika sätt, förfina dem och göra nya upptäckter. Det talade språket kan vara borta så fort orden kommit över läpparna. För en längre eller kortare tid finns det kvar i minnet hos dem som hört vad som sagts.»

Utvärdering

Fortlöpande iakttagelser har dokumenterats under projektet i samband med att deltagarna reflekterat över eget och barnens lärande och arbete i loggböcker. Handledare från NCM har dokumenterat innehåll och uppläggning av gruppträffarna. Lärarna har medverkat i ett par olika utvärderingar. Vid kompetensutvecklingens början gjordes en lägesbeskrivning, där de fick besvara följande fyra frågor. Samma frågor besvarades också vid den avslutande gruppträffen:

1. Vad gör du nu i arbetet med barnen, som du tycker har med matematik att göra?
2. Varför skall förskolan arbeta med matematik?
3. När och hur får du reda på vad barn tänker och hur de tänker, med anknytning till matematik?
4. Hur uppfattar du att små barn lär matematik?

Nästan alla de 93 lärarna framhåller att de fått en djupare kunskap om barns matematiklärande och om vad matematik för små barn kan vara.

För att fånga lärarnas lärande fick de dessutom beskriva den matematik de såg i ett foto, både i projektets inledande och avslutande fas. Utvärderingen av lärarnas lärande beskrivs kortfattat av Doverborg i Lärare lär i (Emanuelsson & Doverborg, 2006). Alla deltagare har i huvudsak uttryckt sig positivt när det gäller innehållet i och uppläggningen av kompetensutvecklingen. Strukturen med gruppträff följt av litteraturläsning och eget arbete i barngruppen samt studiegruppsträffar ansågs mycket bra.

SYNPUNKTER PÅ PROJEKTETS INNEHÅLL

Innehållet anses mycket värdefullt, intressant och givande. Nästan alla de 93 lärarna framhåller att de fått en djupare kunskap om barns matematiklärande och om vad matematik för små barn kan vara. Lika stor andel framhåller att kurslitteraturen har varit intressant, lärorik och rolig att läsa, även om några lärare anser att den var mycket omfattande. Drygt hälften av lärarna lyfter också fram det positiva med att teori och praktik kopplats samman genom de uppgifter de fått att göra tillsammans med barnen. De flesta ansåg att uppgifterna var både spännande och utmanande, både för dem själva och för barnen. Vidare nämner nästan alla att uppdelningen i olika matematikområden, taluppfattning, rumsuppfattning, sortering etc, upplevdes som positiv. De har på så sätt kunnat koncentrera sig på område för område och därmed utvecklat en djupare förståelse för grundläggande matematik. Deltagarna anser att innehållet i kompetensutvecklingen har bidragit till ett förändrat förhållningssätt till barns läran-de och en vidgad syn på matematik för små barn.

Mer än 90% av lärarna anser att studiegruppsträffarna har fungerat bra och att det har varit givande att ta del av varandras tankar, erfarenheter och sätt att arbeta. Samtliga uppger att detta gett dem möjlighet att ge varandra respons på olika uppgifter och tillsammans utveckla nya tankar och idéer. I stort sett alla säger sig vara mycket nöjda med den handledning de fått från NCM.

SYNPUNKTER PÅ PROJEKTETS ORGANISATION

Nästan alla skriver att de är mycket nöjda med gruppträffarna. Dessa beskrivs som välorganiserade, med bra struktur och bra genomförande med en blandning av teori och praktik. Alla menar att det varit en bra utbildning, i och med att den pågått under ett helt år och nästan alla anser att en månads mellanrum mellan träffarna varit bra. Ungefär en fjärdedel av lärarna önskade sig någon ytterligare heldag så att de fått tid att fördjupa sig ännu mer.

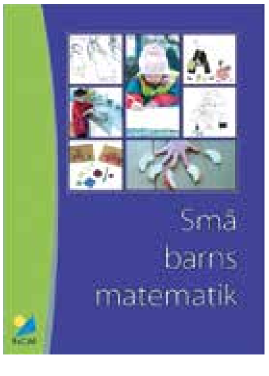
Studiegruppsträffarna är nästan alla mycket positiva till. De flesta efterfrågar mer tid. Betydelsen av att de fått uppgifter att arbeta med vid studiegruppstillfällena har fler än en fjärdedel av deltagarna lyft fram. På så vis kunde lärarna själva organisera träffarna och de menar också att tiden använts väl eftersom de fått hjälp med innehållet.

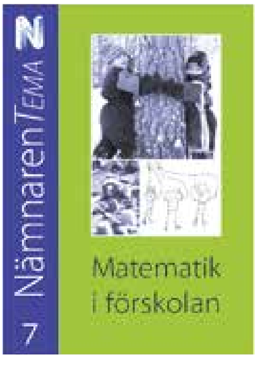
Vad kan man lära av Pilotprojektet?

För att sprida lärdomar av Pilotprojektet har NCM gett ut boken *Små barns matematik*. Den inne-håller 14 relativt fristående kapitel som beskriver mål för, innehåll i och framförallt erfarenheter och dokumentation från Pilotprojektet. Vi har sett hur spännande och engagerande olika begrepp, representationer och problemställningar i matematik är för små barn. I projektet har vi arbetat med både barns och lärares lärande. Boken ger exempel på olika sätt att dokumentera barns vardag där matematik blir synlig. Lärarna har i sina loggböcker följt både barnens och sitt eget lärande.

Det inledande kapitlet ger bakgrund till svensk förskolas innehåll med fokus på matematik. Kapitel 2 behandlar Pilotprojektets bakgrund, mål, innehåll, uppläggning och resultat. I kapitel 3 har motiv, process och erfarenheter dokumenterats och analyserats. Därefter ges i kapitel 4 inblickar kring hur matematikens betydelse ökat, men också kring återkommande matematikidéer i olika kulturer och tidsåldrar. Utbildning och kunnande i matematik för vår tid diskuteras. I kapitel 5 behandlas barns språk, uttrycksformer och tänkande kring ord och begrepp som har med matematik att göra. Kapitel 6–13 ger exempel på innehåll i och erfarenheter av Pilotprojektet om hur lärare och små barn kan arbeta med matematik. Det gäller t ex sortering och klassificering, räkneord, uppräkning och taluppfattning. Vidare behandlas rumsuppfattning, former och mönster, matematik i vardagen ute och inne, problemlösning samt upptäckter i en barnbok. Slutligen beskrivs Förskola och hem i samverkan i kapitel 14.

NCM ger samtidigt ut boken *Matematik i förskolan* med ett urval Nämnarenartiklar som ingått som kurslitteratur i Pilotprojektet. Bidragen tar upp lärares, lärarutbildares och forskares syn på och erfarenheter av hur barn möter och lär matematik. *Del 1* tar upp exempel på intressant och stimulerande innehåll och visar hur lärare kan utveckla kunnande om barns möten med denna matematik i tidiga år. *Del 2* har fokus på barns matematikupptäckter i vardagen. Hur utmanar vi barns tänkande? Hur ökar vi barns intresse och kunnande? Rika matematikerfarenheter presenteras.





Medverkande i ***Små barns matematik***

Elisabet Doverborg, förskollärare, forskare och projektledare för Pilotprojektet vid NCM.

Göran Emanuelsson, universitetslektor vid NCM och ansvarig utgivare för Nämnaren.

Lillemor Emanuelsson, lågstadielärare och projektledare vid NCM.

Margareta Forsbäck, lärarutbildare vid Lärarhögskolan i Stockholm och handledare i Pilotprojektet.

Bengt Johansson, universitetslektor och föreståndare för NCM.

Annika Persson, förskollärare, Brunnsängsskolan i Södertälje och handledare i Pilotprojektet.

Görel Sterner, förskollärare, specialpedagog i Skövde och projektledare vid NCM.

Anders Wallby, redaktör och webbansvarig vid NCM.

REFERANSER:

DOVERBORG, ELISABET & EMANUELSSON, GÖRAN (2006). Små barns matematik. Göteborg: Göteborgs universitet, Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM.

EMANUELSSON, GÖRAN & DOVERBORG, ELISABET (RED.) (2006). *Matematik i förskolan*, NämnarenTEMA. Göteborg: Göteborgs universitet, Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM.

LÄRARFÖRBUNDET (2005). *Förskola – ett sätt att förbättra skolresultaten.* Rapport från Lärarförbundet 11. augusti 2005, www.lararforbundet.se.

REUTERBERG, SVEN-ERIK & SVENSSON, ALLAN (2000). *Köns- och socialgruppsskillnader i matematik Ð orsaker och konsekvenser.* Rapport 2000:20. Göteborg: Institutionen för pedagogik och didaktik, Göteborgs universitet.

SKOLVERKET (2003). *Lusten att lära – med fokus på matematik. Nationella kvalitetsgranskningar 2001–2002.* Stockholm: Fritzes.

SOU 2004:97. *Att lyfta matematiken – intresse, lärande, kompetens.* Stockholm: Fritzes.

UTBILDNINGSDEPARTEMENTET (1998a). *Läroplan för förskolan. Lpfš 98.* Stockholm: Fritzes.

UTBILDNINGSDEPARTEMENTET (1998b). *Löroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritids-hemmet. Lpo 94.* Stockholm: Fritzes.

WALLBY, KARIN, EMANUELSSON, GÖRAN, JOHANSSON, BENGT, RYDING, RONNIE & WALLBY, ANDERS (RED.). (2000). *Matematik från början.* Nämnaren*TEMA*. Göteborg: Göteborgs universitet, Nationellt Centrum för Matema-tikutbildning, NCM.

Er det muleg å forstå

– når så mange av dei som vil forstå for oss, ikkje forstår?

Ord frå ein matematikklærar i glashus

Skulematematikken kan forvirra i staden for å klagjere. Ikkje minst gjeld det for lærenæme elevar. Artikkelen gjev mellom anna døme på gløgge elevar som får matematikkvanskar. Det er naudsynt med ei omfattande rydding.

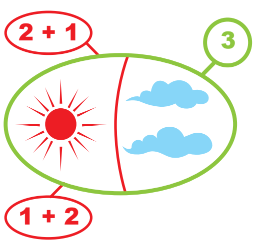
av BÅRD HARBOE

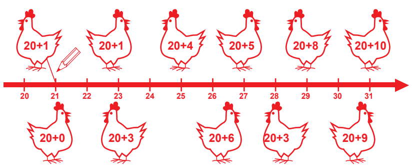
Bård Harboe er Cand. real med pedagogikk hovedfag. Han har M.A. erfaring frå viaregåande skule og lærarut- danning. Han er no doktorgradstudent ved Høgskulen i Agder.- student ved Høgskolen i Agder.
baard@harboe.org

På første halvdel av 70-talet blei skulematematikken gjort mykje mindre tilgjengeleg for vanlege folk. Det kom mellom anna underlege ovale ringar inn i lærebøkene. Ei framand symbolverd blei lagt mellom barn og den verkelege verda. Eit eksempel på dette finn me i figuren til nedanfor. Den var å finna i det mest selde læreverket på denne tida. Og den heldt seg der i mange år. Den var sett inn som førstepresentasjonen av det å leggja saman tal og skulle forma elevane sine førestellingar om emnet heilt frå botnen av.

Noe dramatisk, ja eigentleg katastrofalt, hadde skjedd. Og det mest skremmande for oss i ettertid, er den mangelen på motstand som høyrer med til historia om dette. Det reiser også eit spørsmål om kva me under nye store kunnskapsløft, tolererer av slikt som bare kan forvirra barn.

Og mangt av det me finn, kan gjera oss urolege. Eitt eksempel frå ei av dagens lærebøker får vera nok her. Av figuren til nedanfor ser me greitt kva som skal lærast om tala 20 til 30. Men kva skulle nå hønene ha med dette å gjera?





Nå vil nok lesaren tru at eg har leita opp sære villfaringar for å ha noe å hengja ut her i ein artikkel. Og lesaren må så gjerne mistru meg i dette – om han bare sjølv begynnar å grava fram vettløyse i skulematematikken. For den gravinga trengst.

Noen forteljingar om lærenæme elevars møte med skulematematikken

Ei av jentene våre hadde lært om «mengde» på skulen. Ho var nokså sikker på at nå visste ho noe foreldra var uvitande om. Dette var ho stolt over. Eg spurte henne då «ka mengde va for någe». «Det e ein ring med någe inni», sa ho. Og så ho la fort til: «Det kan og vera ein ring uden någe inni. Då e det den tome mengden». Endå ein gong tok ho seg i det og la til: «Og så kan det vera någen ting uden ring omkring». Eg tok då noen foto me akkurat den dagen hadde fått i hus, heldt dei i handa på same måten som me held spelekort på hand og spurte om dette var ein mengde. «Nei», sa ho, «for elementå må 'kje komma borti kverandre».

Eg let alt dette vera gode greier. Kva skulle eg elles som far, ha gjort. Men eg tok for meg læreboka hennar og såg at dette var framifrå læring. Alt stemde med boka. Mellom anna så fanst det ikkje element som kom borti kvarandre.

Mangt anna som liknar på dette, kunne vore fortalt her – om lærenæme elevar som lærer dei underlegaste ting i møte med ein underleg skulematematikk. Forteljingar om korleis det kan gå når den matematiske symbolverda blir lagt i botnen, og den verkelege verda blir redusert til eit underbruk under denne symbolverda.

Det ein ikkje kan forandra, det må ein forstå
– for å kunna forandra det
Odo Marquard

Det ein ikkje forstår,
det må ein i det minste forandra.
Visdomsord under den (ut)flytande moderniteten

Elevane som kasteballar – og a^0 som problem
Ei jente i vidaregåande skule hadde stroke tre gonger til eksamen i matematikk på grunnkurset. Kva diagnose ho kunne ha fått hos dei diagnostiserande, veit eg ikkje. Men eg skulle nå prøva å hjelpa henne til å få ståkarakter i det fjerde forsøket. Det blei mange samtalar. Mange hardt tillukka dørar måtte opnast med varsemd.

Noe av dette kan eksemplifiserast med a^0 som problem. At dette var ein annan skrivemåte for talet 1, var for henne heilt tullete. Eg tok henne då først med på den faglege vegen. Den tek utgangspunkt i ein brøk med same potenstal i teljar og nemnar. Denne brøken må ha verdien 1, som alle andre brøkar der teljar og nemnar er same tal. Det var greitt. Så brukte me den generelle rekneregelen for $a^m/a = a^{m-n}$ på denne same brøken. Sidan m og n nå var same tall, gav dette a^0 som resultat. Så då måtte det bli godtatt at $a^0 = 1$ – trudde eg. Og slik blei det – ein augneblink. Så kom protesten. For a0 måtte jo vera 0 og ikkje 1. Me måtte ta oss tid. Ho tenkte høgt: a^3 er jo det same som a · a · a. Talet a skal gangast med seg sjølv 3 gonger. Då måtte a^0 bety talet a skulle gangast med seg sjølv 0 gonger. Og sjå nå på noe som liknar, meinte ho: 3 · 4 = 4 + 4 + 4 og er 0 · 4 = 0. – Og dette siste hadde fått meining for henne. Og om eit tal skulle gjentas 0 gonger som addend («plusstal», som ho sa), eller 0 gonger som faktor («gangetal»), det måtte då gi same resultat.

Me måtte ta oss god tid. Ho måtte fortelja og eg vera tilbakehalden. Me kunne etter kvart roa meir ned og sjå på korleis me i mangt og mykje kunne finna ut av matematikken ved å gå ut verda til utvalde situasjonar og «lesa» matematikk ut av dei. Men så måtte me, når me kjende at dette blei noe framandsleg, også prøva å venda oss i ein annan retning. For matematikken har også ein indre orden. Me prøvde oss så forsiktig på slike vendingar, mellom verda der ute og den indre orden i matematikken. For eksempel så kunne 4 · (-3) tilleggjast grei meining ute i verda. Det kunne for eksempel vera summen av 4 like gjeldspostar. Men (-3) · 4 kunne ikkje gjevast meining ut frå noe ute i den verda som me hadde felles kjennskap til. Så her måtte me ty til kravet om det også skulle vera ein indre orden. Og sidan 4 · 3 = 3 · 4, så var det å venta at dei som hadde laga den orden som galdt, på eit eller anna vis hadde gjort vedtak som innebar at 4 · (-3) = (-3) · 4. Og så snart ho kom til dette, kunne eg gå inn med min autoritet og fortelja at ho tenkte som ein matematikar. – Me var nå inne på område der det hadde vore bra å halda seg til Rousseaus ord om at i sumt gjeld det å sløsa med tida. Men slikt tillet ikkje skulen. Og på oss venta ein eksamen.

Ei gløgg jente hadde altså store matematikkvanskar. Dette leier oss over i noen meir generelle vurderingar: «Elevane konstruerer sjølv sine begrep», står det i matematikkdelen av L 97. Kor sant eller usant dette kan seiast å vera, kjem nå mest an på kva me legg i ei slik mangetydig utsegn. Men all slik konstruksjon er «situated», som det visst nå heiter på engelsk. Og alt dette omkring, rår ikkje dei konstruerande elevane med. Tvert i mot, omstenda som læringa er felt inn, gjer dei til ein slags konstruerande kasteballar. For i skulen, slik han verkeleg er, skal elevane i stort tempo ta i mot svar på spørsmål dei ikkje har stilt.

La oss sjå nærare på eitt eksempel på slike bråe kast som elevane er utsette for. Når dei skal læra å leggja saman fleirsifra tal med blyant og papir som hjelpemiddel, lærer dei nøye å leggja einarar til einarar, veksla til seg så mange tiarar som muleg og leggja desse til dei andre tiarane og slik vidare. Og dei har gjerne «leikepengar» å støtta seg til. Så kjem dei til ganging av fleirsifra tal, la oss seia 43 · 12. Då lyder det oftast rett og slett slik frå den som leier dei: «2 gonger 3» – «2 gonger 4» – «1 gonger 3 – – ».

Rett etter at dei ut frå eigen tanke, har kunna «konstruera sjølve», gjerne med oppleving av suksess og den tilfredsstillinga som høyrer til dette, blir dei altså

Det kom mellom anna underlege ovale ringar inn i lærebøkene. Ei framand symbolverd blei lagt mellom barn og den verkelege verda

rett og slett dikterte ein fast, men for dei lite begripeleg, framgangsmåte. For noen går dette bra. Dei har godt minne og er føyelege. For andre, slike som insisterer på framleis «å sjå sjølv», kan dette gå endå betre – om dei finn ut av det. Men for somme kan dette gå ille, slik som for den jenta eg har fortalt om her. Ho hadde halde fram, så alt for lenge (?), med å vilja sjå sjølv, i staden for å lukka augo og ta i bruk det gode minnet ho hadde. Og etter kvart førte dei mange nokså vonde opplevingane, til at ho lukka seg for ein matematikk – som ikkje let seg opna. Ein matematikk som hoppar og sprett omkring på uberekneleg vis. – Å lukka opp igjen frå begge sider, få eleven til å opna seg for faget og samstundes gjera faget meir ope for eleven, kan ta lang tid. – Når det lukkast, kjenner ein seg som lærar.

Brukeleg brøk og brøk i skulen

For noen tiår sidan fanst det ei forteljing frå norsk skule om ein lærar i Hardanger som søkte seg til Sørlandet. Han hadde høyrt at der hadde dei ikkje brøk i skulen. Når me ser kor lite begripeleg brøken er gjort i skulen, forstår me denne læraren. Om dette kunne mykje skrivast. I vidaregåande skule, der eg arbeidde, var den vaklande brøkkunnskapen eit tilbakevendande problem. Bare litt kan bli med her.

Først litt om dei mange avsporingane som elevane kan bli utsette for, ikkje minst i grunnskulen. I eit av dei mest utbreidde læreverka for grunnskolen gjennom mange år, blei brøken innført ved at det blei teikna 8 roser innanfor ein oval ring. 5 av desse 8 var raude. Som me greitt ser, er dei naturlege tala fullt tilstrekkelege for å beskriva det som her føreligg. Det viktige i læreboka var likevel å få sagt at 5/8 av rosene var raude.

Me ser med ein gong kva som sviktar her. Brøken blir introdusert i ein samanheng der dei naturlege tala er fullt tilstrekkelege. Ein skuslar bort sjølve hovudpoenget ved brøk, at han kjem inn nettopp der dei naturlege tala *ikkje* strekk til lenger.

Situasjonar, der naturlege tal blir utilstrekkelege, høyrer kvardagen til. «Viss me tenkje osse det atte me dele kagå i tri liga store dele, så trur eg me he ede opp to av di nå», var svaret eg fekk ein gong eg spurte kor mykje kake som var igjen. Slikt og mangt anna kunne eg herma i skulen for å få sett elevane på sporet. Og så prøvde eg vidare å få til situasjonar som på tilsvarande vis førte oss tilbake til overgangar der brøkane kom inn for di dei naturlege tala blei utilstrekkelege.

Elevane mine kjende nok til den runde kaka. Men som me alle veit, den gir mest meining til dei som kjenner brøken frå før. Som introduksjon av brøk, er dette sørgjeleg mager kost.

Lærebokforfattarane Erik og Knut Alfsen kjende til det magre kosthaldet og dei sviktande tradisjonane på dette feltet. Dei tok på slutten av 60-talet med ei teikning av tre pannekaker som låg på kvarandre. Desse kakene blei så fordelte likt på fire personar ved å skjera gjennom bunka med pannekaker etter den vanlege firdelinga. Delinga 3 : 4 blei dermed utført, og resultatet var at kvar fekk tre firedelar av ei kake, altså 3/4 kake. Det gjeld altså at 3 : 4 = 3/4.

–Lærarane i vidaregåande skule ville ikkje ha dette i ei lærebok dei skulle bruka. Det var for elementært, sa dei. Forfattarane på si side meinte at dei hadde tatt lærarane på senga i slikt dei hadde tenkt for lite på. – Men marknaden rår. Dei måtte ta det ut igjen. Endå det så vel trongst der det var kome.

Eg kunne gi oppgåver som 1/2 +1/4 og få eit vel kjent svar som 2/6. Eller eg kunne få 3. Kva som har gått føre seg i det første tilfellet, er vel greitt. I andre tilfellet er det framgangsmåtar ved likningsløysing som har slått igjennom. Dei har «ganga vekk nemnarane» ved å ganga begge brøkane med fellesnemnaren 4. Slikt er kvardag i skulen.

Og vil ein ha desse elevane til å opna seg på nytt mot matematikken, må ein ut av gamle spor. Då kunne eg, for å få fram vilje til å stiga ut av spor, gå tilbake og visa kva dei hadde vore utsette for. Dei måtte få sjå at dei ikkje var «dumme», men at dei hadde vore utsette for avsporingar. Så kunne eg spørja kor lang tid 3 timar + 4 timar var. Og deretter kor lang tid ein halvtime pluss eit kvarter var. Dette siste medan eg skreiv 1/2 + 1/4 på tavla. «45 minuttar», var gjerne første svaret. (Det er fleire som kunne trivast best på Sørlandet) Men me kom då etter kvart fram til at å leggja saman brøkar var å telja saman like store delar – i eksemplet her firedelar.

«Slå det fast og øv det inn», kan nok, tett opp under ein eksamen, og ikkje minst tett før ein nasjonal prøve, der det er prøveresultatet som tel, vera god pedagogisk taktikk. På lengre sikt er dette ei korthusbygging som må gi mange nederlag. Matematikken er gjort tillukka. Og elevane lukkar seg.

Men ingen kan då forstå alt? Sumt må bare lærast?

Punkta ovanfor peikar i litt ulik lei. Under punktet «Elevane som kasteballer ...» blei det lagt vekt på å kunna sjå indre samanhengar i faget. Under «Brukeleg brøk og brøk i skulen» var det om å gjera å få sett brøken inn i verkelege brukssamanhengar og finna allminneleg fornuftige og nære «prototypar» som kunne bera brøken vidare ut i verda. Matematikken krev slike flyttingar fram og tilbake mellom det indre og det ytre – om eg her kunne få seia dette så enkelt. Det som likevel ikkje må skje, men som skjer så alt for ofte, er at elevane i staden for å flytta seg meir medvite frå det eine til det andre, blir gjort til skulematematikkens kasteballar. Mellom alle forteljingar, som kunne visa elevar som kasteballar, skal eg ta fram ei bestemt. Forteljinga i dette tilfellet er om ein av mine elevar. Og eg var den som kasta.

Eg var matematikklærar i ein spesialklasse for innvandrarar. Der hadde eg tatt med til klassen ein del sirkelrunde tallerkenar av ulik storleik. Dei sette me merke i kanten på, trilla dei slik at dette merket akkurat gjekk ein gong rundt, og fann slik omkrinsen ved å måla banelengd. Me målte også diameteren. Så laga me tabellar på tavla der alle arbeidspara skreiv inn sine måleresultat og dessutan verdien av kvotienten $^{o}/d$ (omkrins dividert med diameter). I kolonnen under $^{o}/d$ låg alle tala svært nær kvarandre. Ja, så lite varierte desse tala, at alle blei sikre på at dei ville ha vore identiske om me bare hadde kunna gjera alt heilt nøye. Så trykte me på Π-tasten på lommereknaren. Det arbeidsparet som var kome nærast det talet som då kom fram på lommereknaren, fekk sjokolade som premie. Etter dette fann me ut at den brysame målinga av omkrins av ein sirkel kunne me spara oss i dei tilfelle der diameteren let seg måla. Og deretter laga me oss eit røft, men heilt forståeleg, «ingeniørintegral», med innskrivne trekantar med toppunkt i sentrum av sirkelen, og bestemte ved det den vanlege formelen for arealet av ei sirkelflate.

Etter dette gjekk me inn i ein liten periode med blanda oppgåver frå geometrien. Mellom oppgåvene dukka det då opp eit kulevolum som skulle reknast ut. Og eg fekk spørsmål frå ei litt vaksen filippinsk jente om korleis dette kunne gjerast og viste litt kjapt til formelen i formelsamlinga. – Eg ser ennå tydeleg for meg det skuffa ansiktet. Nå begynte dette igjen, ein slik matematikk som ho hadde inngrodd frykt for, ei samling reglar og oppskrifter som ein uunngåeleg måtte gå seg vill i.

Men nå veit me alle at det ikkje er lett å få elevane i første klasse i vidaregåande skule med seg på ein veg som fører fram til ein formel for volumet av ei kule. Og likevel – eg kunne ha vore langt meir føre var. Eg kunne tatt for meg ei kule og saman med elevane undrast på kor stor overflata av kula var samanlikna med ei snittflate som delte kula i to like store delar. Elevane kunne ha gissa. Og eg kunne, etter noe slik gissing, ha sagt at noen, men ikkje eg, hadde greidd å rekna dette ut. Dei hadde funne noe heilt forunderleg, nemleg at overflata på kula var nøyaktig fire gonger så stor som den omtala snittflata. Den skuffa jenta ville då, i staden for den brå dikteringa av ein formel, fått

For i skulen, slik han verkeleg er, skal elevane i stort tempo ta i mot svar på spørsmål dei ikkje har stilt.

vore med i ein fellesskap der ho kjende seg mykje godt på høgd med læraren sin. – Frå overflata og til volumet kunne me så saman koma fram ved hjelp av eit nytt «ingeniørintegral».

Det trugande og tillukkande hadde då vore unngått. For me vil aldri koma heilt unna at våre elevar må ta i mot ein del matematikk som noe «ready made». Men det må gjerast tydeleg og ope, på ein måte som held elevane så opne for matematikken som råd er.

Litt meir skamfaren skulematematikk

Uspesifiserte tal, bokstavtal, blir ståande som noe uforklarleg og skræmande for mange elevar. Og annleis kan det mest ikkje bli. For ute i den vanlege verda møter dei så lite av slike tal. Me matematikklærarar, me kan nok drøyma, for eksempel om at Arne Scheie viser oss eit algebraisk uttrykk som fortel korleis lengdepoeng blir rekna ut i hoppbakkar. At han så, når han flytter seg frå bakke til bakke, set inn dei spesifikke tala som gjeld for den bakken han er i, og at han deretter, under hopprennet, held fram med å setja inn tal for hopplengder etter som hopprennet skrid fram. Me kunne også drøyma om at algebraiske uttrykk blei brukte ved utrekning av skatt, ved utrekning av løn og så mykje anna. Men me matematikklærarar må visst nøya oss med å drøyma om slikt. Uspesifiserte tal blir visst ikkje folkeeige. Men då blir desse tala, på grunn av at dei er framandslege for vanlege folk, opphav til læreproblem. Dette veit me godt. For skulens få timar toler ikkje å stå åleine i ei allmenndanning i den grad som me ventar oss det.

Den kjende matematikkprofessoren R. Thambs Lyche skreiv lærebøker til alle utdanningssteg, frå realskule til universitet. Han fører inn bokstavtala ved å fortelja om ein epledyrkar som set eplekassar inn på lageret. Sidan han ikkje kjenner prisen på kassane, skriv han 6Å som uttrykk for talet på kroner han kan

Og etter kvart førte dei mange nokså vonde opplevingane, til at ho lukka seg for ein matematikk – som ikkje let seg opna.

koma til å få for seks kassar med store åkerøeple. 5å gjeld då fem kassar små åkerøeple, og 8G på tilsvarande vis åtte kassar med store gravenstein. Han kan så setja opp, med grei meining, summen av desse tala som 6Å + 5å + 8G. Tydeleg nok alt dette. Og likevel – epledyrkarar og deira arbeid er lite kjent for dei fleste. Og denne hos Thambs Lyche ter seg attpåtil noe underleg – i alle fall som epledyrkar. Han er sikkert god til å bera epla sine inn og ut av lageret, men neppe til å bera dei uspesifiserte tala ut i verda. – Dette siste har han for resten felles med ein epledyrkar i nest siste PISA-prøve.

Epledyrkaren forsvann ut av denne soga. I staden for, den i og for seg korrekte matematikken han representerte, fekk me i skulen ein viss tradisjon for at når uttrykk som 2a + 3b + 5a + 4b skulle dragast saman, var det lurt å tenkja på a som appelsinar og b som bananar. Dette kunne eg ofte bli fortalt av elevane mine når eg stod og peika på tavla og med stort ettertrykk sa: «To av eit eller anna tal a, pluss fem til av dette same talet a, blir til saman sju av talet a». Mellom slike som protesterte på talen min, var ein gong ein somalisk gut. Han hadde sparka mykje fotball ute på Jæren saman med jamaldringar og slik var han blitt mykje godt ein jærbu i tale og veremåte: Han fortalde at «leraren på ungdomsskulen sae at a var appelsinar og b var bananar». «Å», sa eg, «kva sa han då, når de kom til a . b?». Guten tenkte hardt ei lita stund. Så lyste han opp. Smilen breidde seg i eit spill levande ansikt. «Nei, då sae han ingjen ting», fekk eg vita. – Samtalen i klassen etterpå var oppklarande. – Men det er skræmande at vettuge lærarar kan insistera på at det er god pedagogikk å knyta eit uspesifisert tal a til appelsinar og tilsvarande b til bananar på den måten.

Etterord

Viktige og kvardagsnære samtalar om skulematematikken må ha gått i stå under støyande reformpåtrykk. Annleis kan eg ikkje forstå den situasjonen me har kome i. Me klagar jamt på at lærarar har for lite utdanning. Men i matematikken er det fullt muleg å vera klok på den matematiske himmelen ein stad, og like fullt vera den som lagar til narreskap her nede på jorda. Fekk me gjort meir med dette, fekk me truleg jamt betre lærarar.

Eit siste spørsmål får då plass her. *Kan elevane makta å forstå, når dei som vil forstå for dei, så ofte ikkje forstår?*

Dette spørsmålet skal bli ståande utan svar her. For prøvde eg meg på omfattande rydding i skulematematikken, ville glaskåra singla rundt meg. Den singlinga burde me alle likevel tola. For det hastar med å rydda.

HØGSKULEN I VOLDA

Spesialpedagogisk arbeid handlar om å utvikle og gjennomføre opplæring i eit samarbeid mellom ulike partar der spesialpedagogen vil ha ei sentral rolle. Det er generelt stort behov for spesialpedagogisk kompetanse i barnehage, grunnskule og vidaregåande skule.

Mastergrad i spesialpedagogikk

Opptaksgrunnlag:
Fullført grunnutdanning ved universitet eller høgskule av minimum tre års omfang (180 stp) innanfor utdanningsvegar som allmennlærarutdanning førskulelærar-utdanning eller faglærar med praktisk-pedagogisk utdanning. Søkjarar med fullført utdanning som barnevernspedagog, som vernepleiar eller anna 3-årig relevant profesjonsutdanning, kan takast opp etter særskilt vurdering.

Studiet kvalifiserer mellom anna til:
- spesialpedagogiske arbeidsoppgåver i barnehage, grunnskule og vidaregåande skule
- arbeid i PP-tenesta
- doktorgradsstudium

Kontaktinfo: Professor Peder Haug, T: 70075280, E-post: ph@hivolda.no

www.hivolda.no/tilbod

HØGSKULEN I VOLDA | Boks 500 | 6101 Volda
www.hivolda.no | T: 70 07 50 00 | F: 70 07 50 51

PEDAGOGISK-PSYKOLOGISK TJENESTE
for Andebu, Hof og Re

PEDAGOGISK-PSYKOLOGISKE RÅDGIVERE

Vi har inntil 2 hele fagstillinger ledig fra ca 15.08.2006.

Kvalifikasjonskrav
Det forutsettes utdanning på hovedfagsnivå innenfor pedagogikk, psykologi eller sosialfag.

Arbeidsområde
Arbeidet dreier seg i stor grad om utredning og veiledning/rådgiving i forhold til barn og unge i førskole- og grunnskolealder. Det tilbys et bredt fagmiljø og god anledning til kurs og videreutdanning. Kontoret administreres av Re kommune i Vestfold.

Se fullstendig utlysningstekst på **www.re.kommune.no.** Nærmere opplysninger ved henvendelse til virksomhetsleder Stein Aanes, tlf. 33 06 16 50/ dir 33061651, eller e-post: stein.aanes@re.kommune.no. Søknad med CV, oppgitte referanser og bekreftede kopier av vitnemål og attester sendes: PP-tjenesten for Andebu, Hof og Re, Regata 2, 3174 Revetal. Merk konvolutten «Søknad».
Søknadsfrist 15.mai.

HELSE BERGEN

Psykiatrisk divisjon
Psykisk helsevern for barn og unge

Logoped

100% fast

Psykisk helsevern for barn og unge er ei avdeling som er organisert i tre seksjonar: Seksjon for poliklinikkar, Seksjon for sjukehustenester, Seksjon for felles faglege tenester. I tillegg ein Seksjon for administrative tenester.

Avdelinga sitt personale er breitt samansett med relevante spesialitetar representert. Barne- og ungdomspsykiatrien vil i tida framover by på spanande og utfordrande oppgåver.

Seksjon for Felles Faglege tenester består bl.a av Autisme-, Konsultasjons- og Nevroteam. Stillinga inngår i eit tverrfagleg fagteam som yter tenester til barn og unge med autisme mellom 0–18 år. Pasientane blir greia ut poliklinisk og får lokal rettleiing/oppfølging. Hovudoppgåvene til logopeden er mellom anna utgreiing av språk, konsultasjon, rettleiing og kursing/undervisning.

Krav til søkar: Seksjonen søkjer primært etter logoped med brei erfaring frå kartlegging og behandling av barn med autisme eller liknande utviklingsvanskar. Dersom stillinga ikkje blir søkt av logoped blir det vurdert å tilsetje spesialpedagog.

Tilsetjings- og lønnsvilkår vil vere i tråd med lover og reglar som gjeld for Helse Bergen HF.

Kontaktperson: Einingsleiar Tove Tvedt Pedersen tlf 55 97 45 00, tove.tvedt.pedersen@helse-bergen.no
Søknad med CV skal sendast Helse Bergen HF, Haukeland Universitetssjukehus, Psykiatrisk divisjon, Psykisk helsevern for barn og unge,
Postboks 1, 5021 Bergen.

Merk søknad: 241/2006
Søknadsfrist: 24.05.2006

Psykiatrien i Vestfold HF

Barne- og ungdomspsykiatrisk avdeling

Barne- og ungdomspsykiatrisk avdeling (BUPA) i Vestfold består av poliklinikker i Tønsberg, Larvik og Holmestrand, fylkesdekkende tjenester i form av eget nevropsykiatrisk team, dagenhet for barn i alderen 0-12 år, to døgnenheter for ungdom med tilsammen 12 senger og Familieenhet i Tønsberg. Alle enhetene har eget fagteam. BUPA har eget fagråd. BUPA er organisert sammen med voksen-psykiatrisk spesialisthelsetjeneste i Psykiatrien i Vestfold HF.

BUPAs poliklinikk for sydfylket i Larvik søker etter:

Klinisk pedagog

- **En nyopprettet stilling**
- **En ledig stilling**

2 faste stillinger 100%

Poliklinikken gir et utrednings- og behandlingstilbud til barn/ungdom og deres familier, samt konsultasjon og samarbeid med kommunale hjelpeinstanser. Vi betjener kommunene Lardal, Larvik og Sandefjord. I mai 2006 flytter vi inn i nye lokaler utenfor Larvik sentrum. Arbeidsdagene våre er hektiske, men vi vektlegger et inkluderende og trivselskapende arbeidsfellesskap. Vi kan tilby et utviklende og spennende fagmiljø med gode muligheter for personlig og faglig utvikling.

Siden en av våre kliniske pedagoger dessverre flytter til annen del av landet, blir det fra august 2006 ledig to faste stillinger, hvorav en er nyopprettet. Den nye stillingen er en del av opptrappingsplanen for BUPA. i Vestfold. Poliklinikken er under utbygging, og det vil fra høsten 2006 være 15 fagstillinger ved enheten. Fire av disse vil være kliniske pedagoger. Øvrige fagstillinger er overlege, psykologspesialist og klinisk sosionom. Det er planlagt 22 fagstillinger ved enheten innen 2008.

Det søkes etter klinisk pedagog med videreutdanning i barne- og ungdomspsykiatri og godkjenning fra Kliniske Pedagogers Forening. Søknader fra kandidater under utdanning ved R-BUP vil også bli vurdert. Ved tilsetting av person uten spesialistkompetanse forutsettes det deltakelse i utdanningsprogram, og det legges til rette for dette.

Kvalifikasjonskrav for utdanning og spesialistgodkjenning er :

- Formell godkjent kompetanse for pedagogisk arbeid/undervisning, enten i førskole/grunnskole/videregående skole
- Mastergrad, hovedfag eller embetseksamen i spesial pedagogikk eller pedagogikk
- Minimum 2 år undervisning og/eller pedagogisk praksis fra barnehage/førskole/skole. Praksis må være av en slik art at den forutsetter pedagogisk grunnutdanning.

Tiltredelse skjer på de vilkår som til enhver tid fremgår av lover, tariffavtaler og reglement. Det legges vekt på personlig egnethet og samarbeidsevne. Referanser bes oppgitt i søknaden

Spørsmål om stillingen kan rettes til enhetsleder Målfrid Vogt, e-post: malfrid.vogt@piv.no , tlf. 33 15 62 00 eller faggruppekoordinator Åse Caspersen e-post: ase.caspersen@piv.no , tlf. 33 34 23 10

Søknad med vitnemål og attester, som ikke returneres, sendes Psykiatrien i Vestfold HF, Barne- og ungdomspsykiatrisk avdeling, postboks 2325,
3103 Tønsberg, **innen 26. mai 2006**

HELSE SØR

Psykiatrien i Vestfold HF

Barne- og ungdomspsykiatrisk avdeling

Barne- og ungdomspsykiatrisk avdeling (BUPA) i Vestfold består av poliklinikker i Tønsberg, Larvik og Holmestrand, fylkesdekkende tjenester i form av eget nevropsykiatrisk team, dagenhet for barn i alderen 0-12 år, to døgnenheter for ungdom med tilsammen 12 senger og Familieenhet i Tønsberg. Alle enhetene har eget fagteam. BUPA har eget fagråd. BUPA er organisert sammen med voksenpsykiatrisk spesialisthelsetjeneste i Psykiatrien i Vestfold HF.

Poliklinikken for nordre Vestfold i Holmestrand søker etter

Klinisk sosionom

Fast stilling 100%

Ved poliklinikken i Holmestrand opprettes det fra 15. august 2006 en ny stilling for klinisk sosionom. Det er mulig med tidligere tiltredelse dersom ønskelig. Opprettelse av stillingen er en del av opptrappingsplanen for BUPA. Det er for tiden 8 fagstillinger ved enheten, hvorav 2 er kliniske sosionomer. Øvrige stillingshjemler er overlege (pt. vakant), psykologspesialist og klinisk pedagog. Det er planlagt 14 fagstillinger ved enheten innen 2008.

Poliklinikken gir et utrednings- og behandlingstilbud til barn/ungdom og deres familier, samt konsultasjon og samarbeid med kommunale hjelpeinstanser. Vi betjener kommunene Sande, Svelvik, Hof og Holmestrand. Vi holder til i nyoppussede, lyse og trivelige lokaler rett utenfor Holmestrand sentrum. Vi legger vekt på et inkluderende og trivselskapende arbeidsfellesskap. Vi kan tilby et utviklende og spennende fagmiljø med gode muligheter for personlig og faglig utvikling.

Det søkes etter godkjent klinisk sosionom fortrinnsvis i barne- og ungdomspsykiatrisk arbeid, og som har erfaring i direkte arbeid med barn/ungdom og familier. Sosionomer som ikke oppfyller kvalifikasjonskravene, men har minimum 5 års relevant yrkeserfaring oppfordres også til å søke. En forutsetning ved eventuell ansettelse vil da være at vedkommende går inn i en tilrettelagt spesialisering innen barne- og ungdomspsykiatri. BUPA vil da legge til rette for slik videreutdanning, og det vil bli gitt veiledning.

Spørsmål om stillingen kan rettes til enhetsleder Raymond Golden på telefon 33098500, e-post: raymond.golden@piv.no , eller faggruppekoordinator Dagny Tøndevold på telefon 33342310, e-post: dagny.tondevold@piv.no

BUPAs poliklinikk for sydfylket i Larvik søker etter:

Klinisk sosionom

Fast stilling 100%

Poliklinikken gir et utrednings- og behandlingstilbud til barn/ungdom og deres familier, samt konsultasjon og samarbeid med kommunale hjelpeinstanser. Vi betjener kommunene Lardal, Larvik og Sandefjord. I mai 2006 flytter vi inn i nye lokaler utenfor Larvik sentrum. Arbeidsdagene våre er hektiske, men vi prøver å vektlegge et inkluderende og trivselskapende arbeidsfellesskap. Vi kan tilby et utviklende og spennende fagmiljø med gode muligheter for personlig og faglig utvikling.

Ved poliklinikken i Larvik opprettes det fra 15.august 2006 en ny stilling for klinisk sosionom. Opprettelse av stillingen er en del av opptrappingsplanen for BUPA. i Vestfold. Poliklinikken er under utbygging, og det vil fra høsten 2006 være 15 fagstillinger ved enheten. 4 av disse er kliniske sosionomer. Øvrige fagstillinger er overlege, psykologspesialist og klinisk pedagog. Det er planlagt 22 fagstillinger ved enheten innen 2008.

Det søkes etter godkjent klinisk sosionom fortrinnsvis i barne- og ungdomspsykiatrisk arbeid, og som har erfaring i direkte arbeid med barn/ungdom og familier. Sosionomer som ikke oppfyller kvalifikasjonskravene, men har minimum 5 års relevant yrkeserfaring oppfordres også til å søke. En forutsetning ved eventuell ansettelse vil da være at vedkommende går inn i en tilrettelagt spesialisering innen barne- og ungdomspsykiatri. BUPA vil da legge til rette for slik videreutdanning, og det vil bli gitt veiledning.

Spørsmål om stillingen kan rettes til enhetsleder Målfrid Vogt, e-post: malfrid.vogt@piv.no , eller faggruppekoordinator Dagny Tøndevold på telefon 33342310, e-post: dagny.tondevold@piv.no

FELLES FOR BEGGE STILLINGENE:

Tiltredelse skjer på de vilkår som til enhver tid fremgår av lover, tariffavtaler og reglement. Det legges vekt på personlig egnethet og samarbeidsevne. Referanser bes oppgitt i søknaden

Søknad med vitnemål og attester, som ikke returneres, sendes Psykiatrien i Vestfold HF, Barne- og ungdomspsykiatrisk avdeling, postboks 2325, 3103 Tønsberg **innen 26 mai 2006.**

HELSE SØR

Berlevåg kommune
– heftig og begeistret

LEDIG STILLING SOM PP-RÅDGIVER

Pedagogisk psykologisk tjeneste i Berlevåg kommune har ledig 100% stilling med tiltredelse 1. august 2006.
Vi søker primært etter en person med hovedfag og/eller minimum 2. avd. spesialpedagogikk. Erfaring fra pp-tjenesten vil være en fordel. Arbeidet ved kontoret omfatter mange ulike fagområder; kartleggings-, utrednings- og sakkyndighetsarbeide. PP-rådgiveren arbeider tett mot skole og barnehage. Skolen har «tilpasset opplæring» og spesialundervisning som aktuelt tema over en treårsperiode. PP-rådgiveren blir en viktig samarbeidspartner i denne prosessen som startet på nyåret.

Vi søker etter en person med kompetanse innenfor PPTs arbeidsområder og som ønsker varierte arbeidsoppgaver både på individ- og systemnivå. Vi ønsker en person som er faglig engasjert og initiativrik, liker å ta ansvar, samt trives med både selvstendig arbeid og arbeid i team. Personlig egnethet vil bli vektlagt.

Kommunens hjemmesider forteller mer om de sterke ishavs-opplevelser som venter den rette søker. Det er ikke tilfeldig at kommunen har gjort begrepene «heftig & begeistret» til sin visjon.

Spørsmål om stillingen kan rettes til oppvekstsjef Bjarne Stein (tlf. 78 78 20 52 eller 98 29 54 50).
Tilsetting skjer på de vilkår som følger av gjeldende lover og avtaler for stillinger i skoleverket.
Søknad med CV, vitnemål, attester og referanser sendes Berlevåg kommune v/oppvekstetaten,
postboks 98, 9980 Berlevåg innen 16. mai, 2006.
Tilsetting forventes foretatt i uke 21/22.

Nesodden kommune
Skole- og oppvekstavdelingen

PP-rådgivere

1 fast 100% stilling fra 1.8.2006
1 fødselsvikariat 100% fra august/september 2006

PP-tjenesten består pr. i dag av 5 fagstillinger inkludert leder og 1/2 sekretærstilling. Stillingene ønskes besatt primært av cand. psychol, cand. paed. spec, cand. ed. eller tilsvarende. Andre faggrupper kan komme i betraktning. Søkere med erfaring fra PP-tjeneste vil bli prioritert.

Ved tilsetting vil det bli lagt vekt på:

- personlig egnethet og godt humør
- erfaring fra rådgivning/veiledning i pedagogiske/ psykologiske spørsmål
- kunnskap om/kjennskap til opplæringssystemet
- kjennskap til forebyggende og tverrfaglig (sam)arbeid
- evne til å motivere og arbeide målrettet, både internt og eksternt

Vi kan tilby:

- utfordrende og krevende arbeidsoppgaver i et fagmiljø hvor det legges vekt på samarbeid på tvers av faggrensene og utnyttelse av hverandres og egen kompetanse
- fleksitid
- lønn som PP-rådgiver, garantiramme 603
  For spesielt godt kvalifiserte søkere kan lønn diskuteres

Søkere må disponere egen bil. Offentlig skyssregulativ.
Nærmere opplysninger v/PP-leder
Herdis Eikemo 66 96 44 04
herdis.eikemo@nesodden.kommune.no
Søknad med CV og kopi av vitnemål og attester sendes Skole- og oppvekstavdelingen,
p.b. 123, 1451 Nesoddtangen innen 22.5.2006.

SYNSPEDAGOG NORDMØRE

Stilling som fylkessynspedagog for Nordmøre med kontorfellesskap med fylkesaudiopedagogen og 13 fagpersoner på PP-kontoret i Kristiansund ledig fra 01.08.2006. Fire synspedagoger i Møre og Romsdal utgjør et faglig nettverk.

Fullstendig utlysning og elektronisk søknadsskjema finnes på **Kristiansund.kommune.no** sine hjemmeside.

Opplysninger om stillingen fås på telefon 71 58 67 85 eller mobil 922 86 403 v/ leder Steinar Waksvik.
E.mail pptksu@online.no

Søknadsfrist 20.05.2006.

PEDAGOGISK PSYKOLOGISK TJENESTE FOR TRYSIL/ENGERDAL

Trysil og Engerdal er et spennende distrikt å arbeide i. Her er et vel utviklet skole- og barnehagesystem, ryddige arbeidsforhold og et godt samarbeidsmiljø. Nordens største skianlegg, Trysilfjellet, og Gutulia nasjonalpark ved Norges 2. største naturlige innsjø, Femunden, ligger begge innenfor vårt arbeidsområde. Her er gode kommunikasjoner, rike muligheter til friluftsliv hele året og et variert og spennende kulturelt miljø. Vi trives i Trysil og Engerdal.

PPT for Trysil/Engerdal har ledig hel fagstilling som spesialpedagog/logoped fra 01.08.06. Se fullstendig utlysningstekst på hjemmesidene til Trysil og Engerdal kommuner, **www.trysil.kommune.no** eller **www.engerdal.kommune.no.**

Søknadsfrist 14.06.06.

TYNSET KOMMUNE

PP-tjenesten for Nord-Østerdal har tre ledige fagstillinger fra 01.08.06.

Den ene stillingen vil være en kombinert leder- og fagstilling. Logopedtjenesten, underlagt PP-tjenesten, har ledig en 40 % logopedstilling.
Søknadsfrist: 11.05.06.

For fullstendig utlysningstekst, se **www.tynset.kommune.no**.

Kontaktpersoner: Fung. leder Astrid Lunde eller personal- og utviklingssjef Jan Inge Grøndalen, begge tlf. 62 48 50 00.

Ski kommune
Kultur- og opplæringsetaten

Søker ny ppt-leder

Se **www.ski.kommune.no** for ytterligere informasjon.
Kontaktperson: Håvard Refsdal. Tlf. 64 87 86 93
E-post: havard@ski.kommune.no

PPT for Stord og Fitjar har følgjande ledige stillingar:

PP-rådgjevar

(stilling 2006/20)

100% fast stilling og evt. eit vikariat 100% stilling i eit år. Stillingane er ledig frå 01.08.06.
Søknadsfrist: 25.05.06.
Fullstendig lysingstekst på Stord kommune si internettside **www.stord.kommune.no** eller hos Kundetorget tlf. 53 49 66 45.

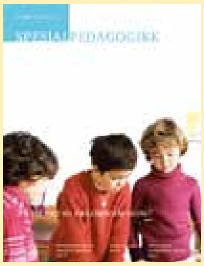
STORD KOMMUNE

B ØKONOMI ÉCONOMIQUE
NORGE P.P.
DISTRIBUERT AV POSTEN NORGE

Spesialpedagogikk
Postboks 9191 Grønland
0134 Oslo

Ettersendes ikke ved varig adresseendring, men sendes tilbake til senderen med opplysning om den nye adressen.

Tegn abonnement nå!



Spesialpedagogikk er det eneste norske tidsskriftet innenfor sitt fagfelt.
Bladet kommer ut med 10 nummer i året.
La ikke sjansen gå fra deg til å holde deg orientert om hva som skjer på dette feltet!

Kr 300,- for medlem/studentmedlem av Utdanningsforbundet for 10 nummer.
Kr 450,- for ordinært abonnement for 10 nummer.

Ja takk, jeg ønsker å abonnere på Spesialpedagogikk f.o.m. nr. ________

☐ Medlem/studentmedlem kr 300,- per år.
☐ Ordinært abonnement kr 450,- per år.

Navn ____________________ Adresse ____________________

Postnummer/sted ____________________ Telefon ____________________

E-post ____________________ Medlemsnummer ____________________
Se for eksempel etikett på Utdanning

Sendes til: Spesialpedagogikk, Postboks 9191 Grønland, 0134 Oslo. Du kan også bruke epost: redaksjonen@spesialpedagogikk.no